Thèse n° 24

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE MARSEILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

M. PERROT

1re THÈSE. — Etude de certaines propriétés optiques des lames très minces de chrome.

2e THÈSE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 25 mai 1943 devant la Commission d'examen.

MM. FABRY..... *Président.*
BUISSON..... } *Examinateurs.*
TIAN..... }

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1943

Thèse n° 24

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE MARSEILLE

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

M. PERROT

1re THÈSE. — Etude de certaines propriétés optiques des lames très minces de chrome.

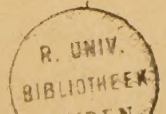
2e THÈSE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 25 mai 1943 devant la Commission d'examen.

MM. FABRY..... *Président.*
BUISSON..... } *Examinateurs.*
TIAN..... }

PARIS
MASSON ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1943



UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE

FACULTÉ DES SCIENCES DE MARSEILLE

Mort au Champ d'Honneur :

M. Fr. MARTY,
Maître de Conférences de Mathématiques
(14 juin 1940).

Doyen et Professeur honoraire :

M. MARCHAUD.

Professeurs honoraires :

MM. M. CAULLERY, Ch. FABRY, E. FABRY, J. PERES, L. HOULLEVIGUE, J. COTTE, E. DECROCK.

Doyen :

M. G. CORROY.

Assesseur :

M. A. TIAN.

Secrétaire :

M. A. CASTELLA.

Professeurs :

MM.	H. BUISSON	Physique générale.
	P. SEVE	Physique industrielle.
	A. TIAN	Chimie générale.
	M. KOLLMANN	Zoologie générale.
	H. BIERRY	Physiologie.
	J. BOSLER	Astronomie.
	E. TRAYNARD	Calcul différentiel et intégral.
	L. MARGAILLAN	Chimie industrielle.
	G. CORROY	Géologie et Minéralogie.
	P. CHOUX	Botanique générale.
	E. RAYMOND	Chimie (P. C. B.).
	R. THIRY	Mécanique rationnelle et Mécanique des fluides.
	G. PETIT	Biologie animale.
	H. PRAT	Biologie végétale.

Maîtres de Conférences :

MM.	C. JAUSSERAN	Physique (P. C. B.).
	ROGER (1)	Mathématiques.
	L. SACKMANN	Mécanique des fluides.

Chargés de Conférences :

MM.	J. ROCHE	Chimie.
	G. DENIZOT	Géographie physique et Géologie appliquée.
	E. CALVET	Chimie.
	J. TIMON-DAVID	Zoologie agricole.
	A. FAVRE	Mécanique des fluides.

Maîtres de Conférences honoraires :

MM. E. MEISSONNIER, L. LAURENT, H. BIMAR.

(1) Prisonnier de guerre. Suppléé par M. E. BLANC.

A MES PARENTS

A MA FEMME

A MESSIEURS

HENRI BUISSON

Membre correspondant de l'Institut

et

PIERRE ROUARD

Chargé de Cours à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand

Hommage reconnaissant.

Je suis heureux d'exprimer ma respectueuse gratitude à M. H. Buisson, qui par son accueil et ses précieux conseils, a permis la réalisation de ce travail, ainsi qu'à M. Ch. Fabry pour la bienveillante attention qu'il m'a toujours accordée.

J'ai bénéficié de l'expérience et des connaissances de M. P. Rouard qui, au laboratoire de physique générale, s'est intéressé tout particulièrement à mes efforts ; je lui en suis profondément reconnaissant.

Une partie de ces recherches ont été effectuées à l'Ecole Nationale d'Arts et Métiers d'Aix-en-Provence dont le Directeur, M. Barbaroux, m'a prêté le plus obligeant appui ; je lui exprime ici mes vifs remerciements ainsi qu'à M. Bellier, professeur d'électricité, qui a grandement facilité ma tâche en mettant à ma disposition les ressources du laboratoire, et auprès duquel j'ai trouvé les plus constants encouragements.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547003_0082

ÉTUDE
SUR CERTAINES PROPRIÉTÉS OPTIQUES DES LAMES TRÈS MINCES DE CHROME

Par M. PERROT

INTRODUCTION

Quand on examine les courbes donnant, pour une longueur d'onde déterminée, les variations des constantes optiques des métaux en fonction du nombre atomique, on constate que l'indice de réfraction est minimum pour les métaux du groupe I (Na, K, Cu, Rb, Ag, Ca, Au) et qu'il est maximum pour les éléments Si, Cr, Ga, Mo, Sb, Re.

Jusqu'à ce jour on a surtout étudié comment varient, en fonction de l'épaisseur, les facteurs de réflexion et de transmission des lames très minces de métaux appartenant au premier groupe, ainsi que les variations de phase que subit une onde lumineuse quand elle se réfléchit sur de telles lames.

Il m'a paru intéressant d'entreprendre une étude analogue sur le chrome, métal caractérisé à l'état massif par un très grand indice de réfraction : $n = 3{,}60$, contre 0,18 pour l'argent et 0,37 pour l'or ($\lambda = 5890$ Å).

La partie expérimentale de ce travail est donc consacrée à l'étude des propriétés optiques des lames minces de « chrome » d'épaisseur variable, préparées par projection cathodique et par vaporisation thermique.

Lorsqu'on veut interpréter les résultats expérimentaux, par la théorie classique des métaux, on est amené à tracer des courbes donnant les facteurs de réflexion et les variations de phase de la lame métallique en fonction de son épaisseur et de ses constantes optiques. Le calcul point par point de ces courbes est une opération à la fois longue et compliquée. Il ne permet d'ailleurs pas d'entreprendre une discussion simple et rapide des résultats obtenus.

Dans la partie théorique de ce travail je décris un procédé permettant de simplifier les calculs et de prévoir rapidement l'allure des courbes sans en calculer tous les points. On peut ainsi étudier les variations des facteurs de réflexion et des changements de phase en fonction des constantes optiques de la lame et de son support.

PREMIÈRE PARTIE

MÉTHODES ET APPAREILS UTILISÉS

CHAPITRE PREMIER

Préparation des couches très minces de chrome.

J'ai d'abord préparé des lames minces par projection cathodique à partir d'une cathode de chrome. Le dépôt transparent obtenu n'ayant pas de caractères métalliques j'ai été amené à opérer par vaporisation thermique.

Je décrirai donc l'appareillage employé dans les deux cas et j'indiquerai les conditions de projection, lesquelles influent sur la nature des lames obtenues.

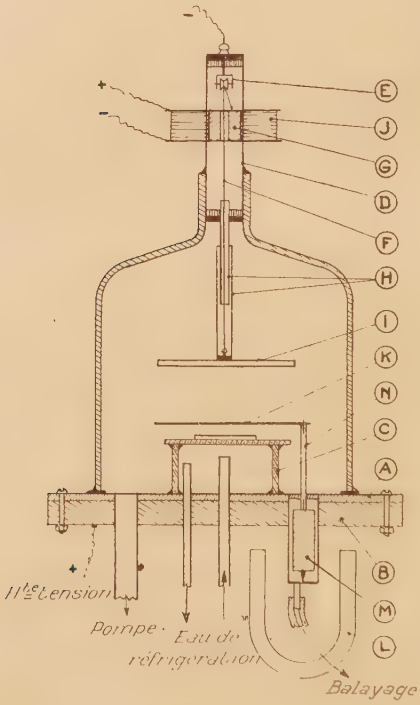


Fig. 1.

§ 1. Préparation des lames par projection cathodique. — a) *Appareil de projection.* — La cloche de projection (fig. 1) a 25 cm. de diamètre intérieur et 25 cm. de hauteur utile. Ses bords rodés reposent sur une platine A en laiton, rectifiée, de 4 mm. d'épaisseur, assujettie par des vis de fixation à une plaque de fonte B de 30 mm. d'épaisseur. Un joint intermédiaire est constitué par une couronne en caoutchouc à vide de 1 mm. d'épaisseur.

Un champignon de réfrigération C de 5 cm. de haut et de 10 cm. de diamètre, en laiton brasé

sur la platine, permet d'éviter l'échauffement des supports sur lesquels s'effectuera la projection.

La cloche est surmontée d'un tube de laiton D au sommet duquel est fixé un étrier E muni d'une poulie en aluminium reliée à travers une plaque isolante à une borne de la haute tension. Un fil d'acier tressé F très fin et très souple passe dans la gorge de la poulie et soutient à une extrémité la cathode et à l'autre un contrepoids G équilibrant celle-ci. Deux tubes de verre protecteurs H assurent un coulissage vertical de cette cathode I.

Un dispositif électromagnétique J permet d'entraîner le contrepoids et de faire varier la position de la cathode par rapport au support à métalliser. On élimine l'influence des impuretés du début de la projection par interposition d'un écran K, en mica, rendu escamotable par l'action d'un aimant sur une palette de fer M. Cette palette est reliée à l'écran par un tube de verre N pivotant dans un tube de laiton brasé sur la platine. La base de ce tube est reliée à un dispositif de balayage qui permet d'effectuer les projections dans divers gaz résiduels : air, azote, vapeur d'anthracène, hydrogène.

La cathode de chrome (1) est constituée par un dépôt électrolytique de ce métal sur un support en aluminium, de 12 cm. de diamètre.

b) *Installation de pompage.* — La platine est traversée par un tube de laiton brasé sur elle et relié à une pompe à diffusion de mercure, en acier, à grand débit, par l'intermédiaire d'une canalisation large et entièrement métallique. Entre la pompe à mercure et la platine est interposé un piège à air liquide formé d'un cylindre métallique dans lequel plonge un tube en pyrex.

On intercale aussi un piège à air liquide entre la pompe à diffusion de mercure et la pompe préliminaire à palettes, on évite ainsi des condensations nuisibles dans l'huile de la pompe.

c) *Source de courant.* — La haute tension utilisée est fournie par un transformateur sur le primaire duquel un régulateur à induction réglé au voisinage de 130 volts permet d'obtenir, au secondaire, une tension maximum de 3000 volts redressée à l'aide de deux kénotrons et régularisée au moyen de condensateurs.

d) *Nettoyage des lames-supports.* — J'ai utilisé soit pour l'étude des facteurs de réflexion soit pour l'étude des variations de phase des lames prismatiques en verre ou des lames à faces planes et parallèles en verre ou en quartz ou des lames d'étalon de Perot Fabry en verre. Tous ces supports étaient soigneusement nettoyés au mélange concentré de potasse et de permanganate de potassium suivi d'un lavage à l'acide azotique et d'un rinçage à l'eau distillée.

e) *Conditions de projection.* — J'ai opéré avec des intensités de

(1) Ce chromage a été effectué par la Société Fescol de Paris que je suis heureux de remercier ici.

courant variables de 10 à 100 milliampères, avec des atmosphères résiduelles différentes. Les épaisseurs de chrome déposées à l'heure sont très faibles, elles dépendent du degré de vide, de la tension aux bornes de la cloche, de la distance séparant la limite de l'espace obscur de l'objet qui reçoit la projection. C'est à la limite même de l'espace obscur que la projection s'effectue le plus rapidement. Dans ces conditions il se dépose environ 20 mμ à l'heure, avec un courant de 50 mA pour un espace obscur de 40 mm. Cet espace obscur a varié au cours des diverses projections de 1 cm. à 12 cm.

f) *Marche d'une projection.* — Le support à métalliser est placé sur l'anode refroidie ; l'écran est mis en place : on actionne le groupe de pompage et en quelques minutes on obtient le vide nécessaire. On règle ce dernier au moyen du dispositif de balayage, en admettant, en quantité plus ou moins grande, du gaz résiduel par l'intermédiaire d'un tube capillaire. On démasque alors le support et l'on dispose la cathode à la hauteur convenable.

Lorsque le vide et l'intensité sont bien réglés, les épaisseurs déposées sont proportionnelles aux temps de projections.

g) *Caractères des lames obtenues.* — Les lames préparées par projection cathodique sont extrêmement adhérentes au support et ne se laissent enlever que par le mélange cité ci-dessus. Elles sont très transparentes et ne conduisent pas le courant électrique. Nous verrons plus loin que j'ai été amené à conclure qu'elles étaient constituées par un oxyde de chrome, vraisemblablement Cr^2O^3.

§ 2. **Préparation des lames par vaporisation thermique.** — a) *Appareillage utilisé.* — C'est celui qui vient d'être décrit pour la projection cathodique. La cathode étant en haut de sa course on place sur la platine C un étrier muni de deux bornes coulissant dans deux trous ovalisés. L'une des bornes est en contact avec la masse de la platine et constitue une entrée de courant, l'autre est isolée et communique avec une sortie également isolée pratiquée dans le tube d'aspiration. Entre ces bornes est tendu un fil de tungstène de 0 mm. 3 chromé électrolytiquement sur une épaisseur de 1 mm. Le courant qui traverse le fil est d'une quinzaine d'ampères. Il est fourni par un générateur continu à tension réglable.

b) *Conditions de projection.* — On ferme le robinet d'admission du balayage et on fait fonctionner les pièges ; la tension du transformateur monte à 3 000 volts et le courant ne passe plus dans la cloche. On contrôle alors le vide à l'aide d'une grosse bobine de Rumkorff. L'épaisseur de métal déposé sur le support est d'autant plus uniforme que le fil chromé est plus éloigné de ce dernier. Il faut d'autre part que la distance du fil au support soit inférieure au libre parcours moyen des molécules du gaz résiduel, pour que la projection s'effectue convenablement. Pour répondre à ces exigences, j'ai fixé cette distance à 10 cm.

c) *Marche d'une projection.* — Le vide étant amorcé par la pompe à palette et l'écran en mica étant en place, on fait passer un courant de quelques ampères dans le fil de tungstène chromé, de façon à le porter au rouge sombre pendant quelques minutes. La vapeur d'eau et l'hydrogène accumulés dans le fil se dégagent ; on met alors en marche la pompe à diffusion de mercure et les pièges à air liquide jusqu'à ce que le courant des kénotrons ne passe plus. Au moyen d'une grosse bobine de Rumkorff on effectue un nettoyage ionique sous plusieurs dizaines de milliers de volts. On essaye ensuite une ou plusieurs évaporations du fil, pour le débarrasser de ses impuretés. Le chrome fond et se fixe solidement sur son support de tungstène. Le vide augmente notablement sous l'effet de ces évaporations et lorsque toute lueur a cessé dans la cloche on escamote l'écran et on procède à la projection proprement dite qui doit être conduite avec beaucoup de précautions. Elle nécessite, en effet, une haute température du fil, exige un bon vide et semble ne pouvoir s'effectuer convenablement que sous une pression inférieure à 10^{-4} mm. de mercure ; au-dessus de cette pression les films obtenus, pour des épaisseurs de l'ordre de 50 mμ présentent des colorations indiquant une altération. D'autre part, la vaporisation du chrome commence à une température telle qu'on est obligé d'opérer très délicatement pour empêcher la fusion du filament de tungstène. Il est fort probable que l'abaissement du point de fusion de ce dernier métal est dû à la formation d'un alliage chrome-tungstène gagnant la masse du fil. Ce dernier doit rester brillant après une opération bien conduite.

d) *Caractère des lames obtenues.* — Les lames préparées par voie thermique, quoique moins adhérentes que les précédentes, se laissent très difficilement enlever par frottement ou même par les acides. Ici encore le nettoyage s'effectue bien par le mélange concentré de potasse et permanganate de potasse.

Ces lames sont grises par transmission. Elles présentent par réflexion, sous leurs deux faces, l'apparence des lames métalliques et conduisent très bien le courant électrique. Elles sont vraisemblablement constituées par du chrome presque pur.

CHAPITRE II

Repérage et mesure des épaisseurs.

On détermine le poids du dépôt par centimètre carré de projection, à l'aide d'une microbalance sensible à quelques millièmes de milligramme.

Les lames-supports sur lesquelles étaient effectués ces dépôts étant trop lourdes pour la microbalance, j'ai pesé avant et après l'opération une lamelle couvre-objet de microscope métallisée en même temps. Le poids du dépôt étant connu ainsi que la surface des lames, il faut, pour calculer l'épaisseur, connaître la densité. Cela suppose que la nature du dépôt (métal, oxyde ou métal oxydé) est connue et cela suppose aussi que la densité en lames très minces est la même qu'à l'état massif. De là l'incertitude qui s'attache habituellement à de telles mesures qui ne constituent en définitive qu'un *repérage* de l'épaisseur et non une *mesure*, surtout pour les très faibles épaisseurs.

Dans le cas des projections cathodiques, il est possible de transformer ce repérage en une véritable mesure des épaisseurs. En effet les lames obtenues ayant un indice d'extinction pratiquement nul on peut, pour une certaine longueur d'onde, déduire l'indice de réfraction de la mesure du facteur de réflexion air-métal. Cet indice étant connu, il est facile de calculer l'épaisseur de la couche et comme nous le verrons plus loin de déterminer la densité. Mais, tandis que le *repérage* était fait à quelques dixièmes de millimicrons près, la *mesure* ne peut être faite qu'à quelques millimicrons près par suite de l'incertitude sur la position du maximum du facteur de réflexion. L'observation des couleurs des lames minces et leur comparaison avec l'échelle des teintes de Newton m'a fourni une excellente vérification des résultats obtenus.

J'ai pris soin, dans ces projections, d'adopter une cathode qui couvre largement la lame-support et la lamelle à peser, de façon à éliminer des inégalités dans les épaisseurs déposées.

J'ai déterminé l'épaisseur des lames obtenues par projection thermique en leur attribuant la densité 6,7 du métal massif. L'épaisseur du dépôt peut varier avec la position des lames à métalliser lorsque celles-ci sont trop près du filament chromé. J'ai atténué cette cause d'erreur en plaçant ce filament à 10 cm. au-dessus des lames.

CHAPITRE III

Mesure des facteurs de réflexion et de transmission.

Pour éliminer les réflexions multiples dans le verre et la lumière provenant de la surface de séparation verre/air, les couches sont déposées sur des lames de verre très légèrement prismatiques (1 ou 2 degrés). Ces lames ont $4 \times 4 = 16$ cm^2 de surface et leur épaisseur moyenne est de l'ordre du millimètre. On mesure successivement le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ dans l'air sur le métal, le facteur de réflexion $\mathcal{R}$

dans le verre sur le métal et le facteur de transmission T en comparant directement les flux réfléchis et transmis au flux incident.

Une première expérience sur la lame prismatique non métallisée permet de déterminer le coefficient A d'absorption du verre (fig. 2 *a*).

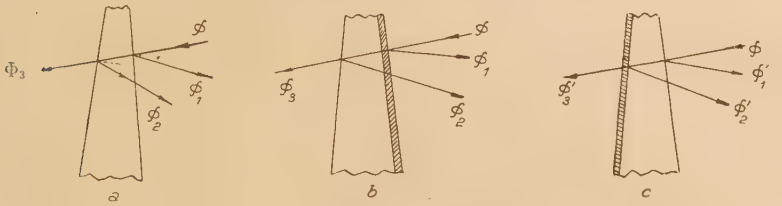


Fig. 2.

Soit Φ le flux incident,

Φ_1 le flux réfléchi sur la face avant,
Φ_2 le flux réfléchi sur la face arrière,
Φ_3 le flux transmis,

on a :

$$R = \frac{\Phi_1}{\Phi} = \text{facteur de réflexion du verre},$$
$$\Phi_2 = R\Phi(1 - R)^2(1 - A)^2,$$
$$\Phi_3 = \Phi(1 - R)^2(1 - A),$$

d'où :

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_3} = R(1 - A) \qquad \text{et} \qquad A = 1 - \frac{\Phi_2}{\Phi_3} \times \frac{\Phi}{\Phi_1}.$$

Les mesures ont donné pour A une valeur extrêmement voisine de 0. Nous négligerons ce coefficient dans les calculs suivants.

§ 1. **Mesure du facteur de réflexion.** — a) *Air-métal.* — On expose la face métallisée au flux incident (fig. 2 *b*). Nous appellerons, comme ci-dessus, Φ_1 le flux réfléchi sur la face avant métallisée, Φ_2 le flux réfléchi sur la face arrière en verre, Φ_3 le flux transmis, nous appellerons X le facteur d'absorption de la couche métallique.

On aura les relations suivantes :

$$\begin{cases} (1) & \dfrac{\Phi_1}{\Phi} = \mathcal{R} \\ (2) & \Phi_2 = \Phi R(1 - \mathcal{R})(1 - \mathcal{R}')(1 - X) \\ (3) & \Phi_3 = \Phi(1 - R)(1 - \mathcal{R})(1 - X). \end{cases}$$

La relation (1) donne directement le facteur de réflexion air-métal.

b) *Verre-métal.* — On expose maintenant la face non métallisée (fig. 2 *c*) au flux incident soit $\Phi'_1\Phi'_2\Phi'_3$ les nouveaux flux réfléchis et transmis, on aura :

$$\begin{cases} (4) & \dfrac{\Phi'_1}{\Phi} = R \text{ ce qui permet de vérifier le facteur de réflexion du verre,} \\ (5) & \Phi'_2 = \Phi(1-R)^2\mathcal{R}', \\ (6) & \Phi'_3 = \Phi(1-R)(1-\mathcal{R}')(1-X). \end{cases}$$

La relation (5) donne le facteur de réflexion verre-métal :

$$\mathcal{R}' = \frac{\Phi'_2}{\Phi(1-R)^2}.$$

§ 2. **Mesure du facteur de transmission T.** — Il est donné par la fraction de flux qui traverse la couche métallique directement opposée au flux incident, soit, à partir de la relation (3) :

$$T = (1-\mathcal{R})(1-X) = \frac{\Phi_3}{\Phi(1-R)}.$$

Remarque. — Les flux Φ_3 et Φ'_3 ne sont pas égaux $\left(\dfrac{\Phi'_3}{\Phi_3} = \dfrac{1-\mathcal{R}'}{1-\mathcal{R}}\right)$ ce qui rend la lame dissymétrique vis-à-vis du flux transmis.

§ 3. **Montage utilisé.** — Le principe du montage est celui utilisé par différents auteurs. La figure 3 montre le dispositif que j'ai employé.

Fig. 3.

La source de lumière *s* est un arc au mercure. La tension d'alimentation (115 volts) est maintenue constante, à 1/10 de volt près, au moyen d'un groupe composé d'un moteur synchrone et d'une génératrice de courant continu et muni d'un rhéostat de réglage. On évite ainsi les variations de brillance de la source pendant les mesures. Un jeu de filtres F permet d'opérer en lumière monochromatique. J'ai utilisé successivement les raies ou groupes de raies 3660 Å, 4358 Å, 5461 Å et 5780 Å.

Devant la source est placé un diaphragme D. On forme à l'aide de la lentille L l'image de ce diaphragme sur une cellule photoélectrique C placée au fond d'une boîte percée d'un trou et montée sur une

plateforme orientable. On a ainsi un faisceau lumineux de très faible convergence. L'angle d'incidence est alors de 1°5. On est donc très près de l'incidence normale.

Le courant fourni par la cellule est mesuré par un galvanomètre (4 000 Ω, 40 mV) que l'on shunte par une boîte de résistance pour amortir les oscillations. Les déviations enregistrées sur l'échelle du galvanomètre pour le flux incident total avaient les ordres de grandeur suivants :

450 mm. pour $\lambda = 5461$ Å
240 mm. pour $\lambda = 5780$ Å
100 mm. pour $\lambda = 4358$ Å
95 mm. pour $\lambda = 3660$ Å

Elles étaient mesurées à 2/10 de millimètre près.

Le faisceau qui a une section moyenne d'environ 3 cm. traverse la lame prismatique P montée sur une plateforme orientable.

On peut mesurer successivement les facteurs de réflexion et de transmission par simple rotation de la cellule et de la lame prismatique.

§ 4. **Précision des mesures.** — Dans les plus mauvais cas qui correspondent aux longueurs d'onde $\lambda = 3660$ Å et $\lambda = 4358$ Å pour lesquelles le flux incident donne sur l'échelle du galvanomètre une élongation de l'ordre de 100 mm (chaque mesure étant effectuée à 2/10 mm. près) l'erreur absolue sur chacun des facteurs de réflexion et sur le facteur de transmission est d'environ 4 ou 5 millièmes. Pour que cette précision ait un sens il faut que les variations de brillance de la source n'entraînent pas des erreurs plus considérables. L'introduction d'un rhéostat de réglage dans le circuit de l'arc au mercure alimenté par une génératrice entraînée par un moteur synchrone permet d'espérer dans tous les cas une erreur inférieure à 5 unités de la troisième décimale.

CHAPITRE IV

Mesure des variations de phase sous incidence normale.

Les méthodes employées sont classiques. Elles ont été exposées dans tous leurs détails par Rouard (1). J'en rappellerai l'essentiel :

§ 1. **Variation de phase quand la réflexion s'effectue dans le support transparent sur le métal.** — Les couches, d'épaisseurs croissantes,

sont déposées par bandes sur l'un des côtés d'une lame à faces planes et parallèles. On enlève le métal sur une étroite zone perpendiculaire aux bandes métalliques.

La lame métallisée est ensuite étudiée au moyen d'un montage analogue à celui employé par Buisson et Fabry (2) pour la mesure des longueurs d'onde des raies de l'arc au fer. La lame à faces parallèles donne un système d'anneaux à l'infini que l'on projette suivant un diamètre sur la fente d'un spectrographe. La source lumineuse employée est un arc à vapeur de mercure. Quand on passe de la réflexion dans le support transparent sur le métal à la réflexion dans le support transparent sur l'air il se produit un changement de phase que l'on détermine à partir de la variation du diamètre des anneaux.

§ 2. **Variation de phase quand la réflexion s'effectue dans l'air sur le métal.** — Le même montage que précédemment est utilisé pour la variation de phase air-métal. Les couches d'épaisseurs croissantes sont alors déposées sur l'une des lames d'un étalon de Perot-Fabry dont l'autre lame est traversée la première par l'onde lumineuse incidente. Le métal a été supprimé suivant une étroite bande le long de deux diamètres perpendiculaires pour permettre le réglage de l'étalon. La variation de phase relative est déduite de la variation du diamètre des anneaux quand la réflexion s'effectue dans l'air sur le support ou dans l'air sur le métal, en tenant compte du fait que la lumière qui s'est réfléchie sur le métal a parcouru un plus court chemin que celle qui s'est réfléchie sur la partie non métallisée.

Si $\mathcal{E}_0$ est la phase au centre des anneaux sur le support transparent, $\mathcal{E}_1$ la phase au centre des anneaux sur le métal, la variation de phase apparente est :

$$\Delta\varphi_a = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1$$

la variation de phase relative est :

$$\Delta\varphi_r = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_1 - 2\frac{d}{\lambda}$$

d étant l'épaisseur du métal.

Lorsque $\Delta\varphi_r$ est positif on a une avance de phase.
Lorsque $\Delta\varphi_r$ est négatif on a un retard de phase.

§ 3. **Détermination de la phase au centre.** — La lame, à faces planes et parallèles, d'épaisseur e et d'indice n, fournit dans le plan focal de l'objectif O un système complexe d'anneaux. On obtient sur la plaque photographique du spectrographe les anneaux correspondant aux diverses radiations séparées.

L'ordre d'interférence au centre pour une longueur d'onde déterminée est :

$$\Delta_0 = P + \mathcal{E} = 2ne,$$

P étant un nombre entier.

L'ordre d'interférence du $(p+1)^e$ anneau relatif à l'inclinaison i dans l'air et r dans la lame est :

$$\Delta = P - p = 2ne\cos r = \Delta_0\left(1 - \frac{r^2}{2}\right)$$

et comme $i = nr$ on aura :

$$\Delta_0 - \Delta_n = n + \mathcal{E} = e\frac{i^2}{2n}.$$

Or le diamètre D_{p+1} du $(p+1)^e$ anneau est proportionnel à i, on aura donc :

$$p + \mathcal{E} = kD_{p+1}^2$$

et pour les anneaux successifs à partir du centre :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= kD_1^2 \\ 1 + \mathcal{E}_2 &= kD_2^2 \\ 1 + \mathcal{E}_3 &= kD_3^2 \\ 1 + \mathcal{E}_4 &= kD_4^2 \end{aligned}$$

Les diamètres des anneaux étant mesurés au comparateur on obtient la constante k par la relation :

$$k = \frac{D_4^2 - D_1^2}{3}$$

et l'on détermine les valeurs : $\mathcal{E}_1$, $1 + \mathcal{E}_2$, $1 + \mathcal{E}_3$, $1 + \mathcal{E}_4$.

La phase au centre $\mathcal{E}$ est la moyenne arithmétique des différentes valeurs : $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_4$.

Elle est déterminée à 1 ou 2 o/o près.

DEUXIÈME PARTIE

THÉORIE

CHAPITRE V

Le calcul point par point, à partir des constantes optiques, des courbes donnant les facteurs de réflexion et les variations de phase quand la réflexion s'effectue dans le support transparent sur le dépôt, ou dans l'air sur le dépôt, quand l'épaisseur de ce dernier varie, est une opération à la fois longue et compliquée. Je montrerai dans ce chapitre que l'on peut obtenir des relations permettant un calcul facile des facteurs de réflexion et des variations de phase en fonction des constantes optiques du support et de la couche et de l'épaisseur de cette dernière. Je donnerai une méthode graphique permettant de réduire considérablement le temps nécessaire au calcul des courbes donnant les facteurs de réflexion des lames complexes.

Les relations obtenues me permettront en outre d'étudier les variations des facteurs de réflexion et des changements de phase avec les constantes optiques. Je me placerai dans le cas de la réflexion normale et les résultats trouvés seront pratiquement valables pour les faibles angles d'incidence qui correspondent à l'étude expérimentale. J'effectuerai les calculs dans le cas d'un support légèrement prismatique de façon à éliminer les réflexions multiples dans le verre et les réflexions provenant de la surface de séparation de l'air et du support.

I. — Calculs des facteurs de réflexion et des variations de phase.

1° **Etude du phénomène côté air.** — Considérons un faisceau de rayons lumineux parallèles de longueur d'onde λ, d'amplitude unité, se réfléchissant normalement à la surface de séparation de l'air et d'une couche très mince, d'indice $n = \nu + j\varkappa$ d'épaisseur d, déposée sur un support légèrement prismatique transparent d'indice $n' > 1$ (fig. 4).

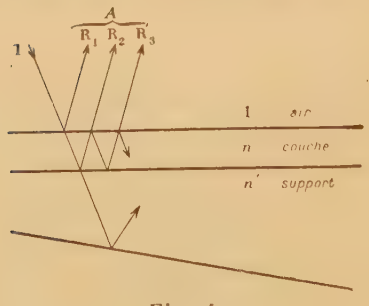


Fig. 4.

L'amplitude $\mathfrak{A}$ du faisceau normalement réfléchi s'obtiendra en composant algébriquement les amplitudes des ondes multiples $R_1R_2R_3\ldots$ réfléchies par la couche.

Si nous posons : $a = \frac{n-1}{n+1}$, $a' = \frac{n-n'}{n+n'}$, et si $X = e^{2\pi j n \frac{d}{\lambda}}$ représente le facteur d'affaiblissement du faisceau dans la couche, pour l'épaisseur d, nous aurons :

$$R_1 = -a$$
$$R_2 = (1-a)X^2a'(1+a)$$
$$R_3 = (1-a)X^2a'(1+a).aa'X^2$$

relations dans lesquelles a et a' sont les coefficients de réflexion couche-air et couche-support.

En tenant compte de la progression géométrique des termes R_2R_3 ... l'amplitude du faisceau réfléchi sera :

$$\mathcal{A} = -a + \frac{(1-a^2)a'X^2}{1-aa'X^2} = \frac{a'X^2 - a}{1-aa'X^2}$$

Le carré du module de cette quantité complexe sera le facteur de réflexion $\mathcal{R}$, côté air, et l'argument donnera le retard de phase $\Delta\varphi$.

Le facteur $X = e^{2\pi j n \frac{d}{\lambda}} = e^{2\pi j(\nu + j\varkappa)\frac{d}{\lambda}}$ se met sous la forme :

$$X = Qe^{j\delta} \quad \text{avec} \quad Q = e^{-2\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}} \quad \text{et} \quad \delta = 2\pi\nu\frac{d}{\lambda}$$

posons $X^2 = a_1 + b_1 j$ nous aurons $Q^4 = a_1^2 + b_1^2 = e^{-4K\delta}$ avec :

$$a_1 = Q^2\cos 2\delta$$
$$b_1 = Q^2\sin 2\delta$$
$$K = \frac{\varkappa}{\nu}.$$

En écrivant de même :

$$a = \frac{\nu - 1 + j\varkappa}{\nu + 1 + j\varkappa} = A + Bj, \qquad a' = \frac{\nu - n' + j\varkappa}{\nu + n' + j\varkappa} = C + Dj$$

nous aurons :

$$\mathcal{A} = \frac{(C+Dj)(a_1+b_1j) - (A+Bj)}{1-(A+Bj)(C+Dj)(a_1+b_1j)} = \frac{(Ca_1 - Db_1 - A) + (b_1C + a_1D - B)j}{(1 + a_1m + b_1s) + (b_1m - a_1s)j}$$

avec $\begin{cases} m = BD - AC \\ s = BC + AD \end{cases}$

A. *Facteur de réflexion côté air.* — Il est donné par la relation :

$$\mathcal{R} = [\text{module } \mathcal{A}]^2 = \frac{(b_1C + a_1D - B)^2 + (a_1C - b_1D - A)^2}{(b_1m - a_1s)^2 + (1 + a_1m + b_1s)^2}.$$

Soit :

$\alpha_1 =$ argument a $\qquad$ $r_1 =$ module a
$\alpha_2 =$ argument a' $\qquad$ $r_2 =$ module a'

on aura :

$$m = -r_1r_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2) \qquad s = r_1r_2\sin(\alpha_1 + \alpha_2)$$

et l'expression ci-dessus devient :

$$\mathcal{R} = \frac{[Q^2 r_2 \sin(2\delta+\alpha_2) - B]^2 + [Q^2 r_2 \cos(2\delta+\alpha_2) - A]^2}{\left\{\begin{array}{r}[Q^2 r_1 r_2 \sin 2\delta \cos(\alpha_1+\alpha_2) + Q^2 r_1 r_2 \cos 2\delta \sin(\alpha_1+\alpha_2)]^2 \\ + [1 - Q^2 r_1 r_2 \cos(2\delta+\alpha_1+\alpha_2)]^2\end{array}\right.}$$

soit finalement :

$$\mathcal{R} = \frac{r_2^2 e^{-4K\delta} - 2r_1 r_2 e^{-2K\delta}.\cos(2\delta+\alpha_2-\alpha_1) + r_1^2}{r_1^2 r_2^2 e^{-4K\delta} - 2r_1 r_2 e^{-2K\delta}.\cos(2\delta+\alpha_1+\alpha_2) + 1} \qquad (1)$$

formule dans laquelle δ est exprimé en radians dans les exponentielles et en grades dans les angles.

B. *Variation de phase.* — Elle sera donnée par :

$\Delta\varphi =$ argument $\mathcal{A}$

$$= \text{argument}\ \frac{[(Ca_1 - Db_1 - A) + j(b_1 C + a_1 D - B)][(1 + a_1 m + b_1 s) - j(b_1 m - a_1 s)]}{(1 + a_1 m + b_1 s)^2 + (b_1 m - a_1 s)^2}$$

$$= \text{argument}\ \frac{\left\{\begin{array}{r}(Ca_1 - Db_1 - A)(1 + a_1 m + b_1 s) + (b_1 C + a_1 D - B)(b_1 m - a_1 s) \\ + j[(b_1 C + a_1 D - B)(1 + a_1 m + b_1 s) - (b_1 m - a_1 s)(Ca_1 - Db_1 - A)]\end{array}\right.}{(1 + a_1 m + b_1 s)^2 + (b_1 m - a_1 s)^2}$$

d'où :

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi = \frac{(b_1 C + a_1 D - B)(1 + a_1 m + b_1 s) - (b_1 m - a_1 s)(Ca_1 - Db_1 - A)}{(Ca_1 - Db_1 - A)(1 + a_1 m + b_1 s) + (b_1 C + a_1 D - B)(b_1 m - a_1 s)}$$

$$= \frac{(a_1^2 + b_1^2)(Dm + Cs) - a_1(Bm + As - D) - b_1(Bs - Am - C) - B}{(a_1^2 + b_1^2)(Cm - Ds) - a_1(Am - Bs - C) - b_1(As + Bm + D) - A}$$

soit enfin :

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi = \frac{Br_2^2 e^{-4K\delta} + r_2(1 - r_1^2)e^{-2K\delta}.\sin(2\delta+\alpha_2) - B}{-Ar_2^2 e^{-4K\delta} + r_2(1 + r_1^2)e^{-2K\delta}.\cos(2\delta+\alpha_2) - A} \qquad (2)$$

2° **Etude du phénomène côté support.** — Dans ce cas l'amplitude de la vibration réfléchie, compte tenu des réflexions multiples, est donnée par la relation :

$$\mathcal{A}' = \frac{aX^2 - a'}{1 - aa'X^2} = \frac{(A + Bj)(a_1 + b_1 j) - (C + Dj)}{1 - (A + Bj)(a_1 + b_1 j)(C + Dj)}$$

$$= \frac{(Aa_1 - Bb_1 - C) + (Ba_1 + Ab_1 - D)j}{(1 + a_1 m + b_1 s) + (b_1 m - a_1 s)j}.$$

A. *Facteur de réflexion.* — Il sera donné par :

$$\mathcal{R}' = [\text{module}\ \mathcal{A}']^2 = \frac{[Ba_1 + Ab_1 - D]^2 + [Aa_1 - Bb_1 - C]^2}{[1 + a_1 m + b_1 s]^2 + [b_1 m - a_1 s]^2}.$$

Un calcul analogue au précédent donne finalement :

$$\mathcal{R}' = \frac{r_1^2 e^{-4K\delta} - 2r_1 r_2 e^{-2K\delta} \cdot \cos[2\delta + \alpha_1 - \alpha_2] + r_2^2}{r_1^2 r_2^2 e^{-4K\delta} - 2r_1 r_2 e^{-2K\delta} \cdot \cos[2\delta + \alpha_1 + \alpha_2] + 1} \qquad (3)$$

B. *Variation de phase.* — Elle sera donnée par :

$$\Delta\varphi' = \text{argument } \mathcal{A}'$$

$$= \text{argument } \frac{\left\{ [Aa_1 - Bb_1 - C][1 + a_1 m + b_1 s] + [Ba_1 + Ab_1 - D](b_1 m - a_1 s) \right. \\ \left. + j[(1 + a_1 m + b_1 s)(Ba_1 + Ab_1 - D) - (b_1 m - a_1 s)(Aa_1 - Bb_1 - C)] \right\}}{(1 + a_1 m + b_1 s)^2 + (b_1 m - a_1 s)^2}$$

soit :

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi' = \frac{(1 + a_1 m + b_1 s)(Ba_1 + Ab_1 - D) - (b_1 m - a_1 s)(Aa_1 - Bb_1 - C)}{(1 + a_1 m + b_1 s)(Aa_1 - Bb_1 - C) + (b_1 m - a_1 s)(Ba_1 + Ab_1 - D)}$$

soit en poussant les calculs jusqu'au bout :

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi' = \frac{Dr_1^2 e^{-4K\delta} + r_1(1 - r_2^2) e^{-2K\delta} \cdot \sin(2\delta + \alpha_1) - D}{-Cr_1^2 e^{-4K\delta} + r_1(1 + r_2^2) e^{-2K\delta} \cdot \cos(2\delta + \alpha_1) - C} \qquad (4)$$

Remarques. — 1° Quand δ devient suffisamment grand pour que $e^{-2K\delta}$ soit égal à zéro on atteint les facteurs de réflexion et variations de phase correspondant au dépôt massif. En effet, les relations précédentes deviennent :

$$\mathcal{R} = r_1^2 = [\text{module } a]^2 = \frac{(\nu - 1)^2 + \varkappa^2}{(\nu + 1)^2 + \varkappa^2}, \quad \mathcal{R}' = r_2^2 = [\text{module } a']^2 = \frac{(\nu - n')^2 + \varkappa^2}{(\nu + n')^2 + \varkappa^2}$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi = \frac{B}{A} = \operatorname{tg} \text{argument } a = \frac{2\varkappa}{\nu^2 - 1 + \varkappa^2},$$

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi' = \frac{D}{C} = \operatorname{tg} \text{argument } a' = \frac{2n'\varkappa}{\nu^2 - n'^2 + \varkappa^2}$$

qui sont des relations classiques (1).

(1) Toute valeur de tg $\Delta\varphi$ permet deux interprétations pour $\Delta\varphi$. Avec les notations que j'ai employées $\Delta\varphi < 0$ correspond à des avances de phase absolues. C'est précisément l'interprétation qu'il faut choisir dans le cas d'un dépôt métallique massif pour avoir la variation de phase absolue air-métal.

En choisissant $\Delta\varphi > 0$ la formule correspondante donne le retard relatif qu'introduit la réflexion métallique sur la réflexion vitreuse.

2° Quand $\delta = 0\ e^{-2K\delta} = 1$, l'épaisseur de la couche est nulle, les facteurs de réflexion doivent se réduire à celui du support.

On a en effet :

$$\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}'_0 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}{r_1^2r_2^2 + 1 - 2r_1r_2\cos(\alpha_2 + \alpha_1)} = \frac{r_1^2 + r_2^2 + 2(AC + BD)}{r_1^2r_2^2 - 2(AC - BD) + 1}$$

et en remplaçant r_1, r_2, A, B, C, D par leurs expressions en fonction de ν et $\varkappa$ on obtient finalement :

$$\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}'_0 = \frac{(\nu^2 + \varkappa^2)(n' - 1)^2}{(\nu^2 + \varkappa^2)(n' + 1)^2} = \left[\frac{n' - 1}{n' + 1}\right]^2$$

qui est bien le facteur de réflexion du support d'indice n'. Quant aux variations de phase elles deviennent :

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi = \frac{B(r_2^2 - 1) + D(1 - r_1^2)}{C(1 + r_1^2) - A(r_2^2 + 1)} = \operatorname{tg}\Delta\varphi' = 0 \text{ car } \frac{B}{D} = \frac{r_2^2 - 1}{r_1^2 - 1}$$

conditions qui correspondent bien à celle d'une épaisseur nulle.

3° Il est très important de noter que les relations directes (2) et (4) que j'ai obtenues pour les variations de phase permettent de suivre facilement le sens de ces variations lorsque l'épaisseur croît.

II. — Construction graphique des facteurs de réflexion.

Les relations (1) et (3) m'ont conduit à une construction graphique simple des facteurs de réflexion.

La relation (1) montre, en effet, que le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ peut s'obtenir en faisant le carré du quotient des modules des deux vecteurs $\overrightarrow{\mathfrak{N}}$ et $\overrightarrow{\mathcal{O}}$ suivants : le premier est la diagonale du parallélogramme construit sur les modules r_1 et r_2Q^2 de deux vecteurs faisant entre eux un angle de 180° — $(2\delta + \alpha_2 - \alpha_1)$, le second est la diagonale du parallélogramme construit sur les modules 1 et $r_1r_2Q^2$ de deux vecteurs faisant entre eux un angle de 180° — $(2\delta + \alpha_1 + \alpha_2)$.

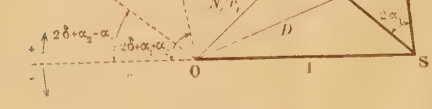


Fig. 5.

En divisant toutes les lignes du premier parallélogramme par r_1, et en portant la figure obtenue sur le second on obtient la figure 5 dans laquelle :

$$OP = \frac{\mathfrak{N}}{r_1} \qquad OM = \mathcal{O} \qquad \widehat{PSM} = 2\alpha_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{PS}{MS} = \frac{1}{r_1^2}.$$

Lorsque δ croît, c'est-à-dire quand l'épaisseur de la couche croît, le triangle PSM reste semblable à lui-même en tournant autour du point fixe S dans le sens positif des angles qu'indique la figure 5, cependant que PM se rapproche du point S.

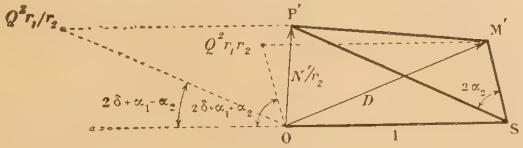


Fig. 6.

On verrait de même que le facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ est le carré du quotient des modules des deux vecteurs $\overrightarrow{\mathcal{OC}'}$ et $\overrightarrow{\mathcal{OD}'}$ diagonales de deux parallélogrammes.

En divisant les lignes du premier par r_2 et en portant sur le second on obtient la figure 6 dans laquelle le triangle SP'M' reste semblable à lui-même quand δ varie, $\widehat{P'SM'} = 2\alpha_2$, et $\frac{P'S}{M'S} = \frac{1}{r_2^2}$.

Pour $\delta = 0$ les triangles PSM et P'SM' occupent la position indiquée sur la figure 7 dans laquelle SM' et SM sont confondus,

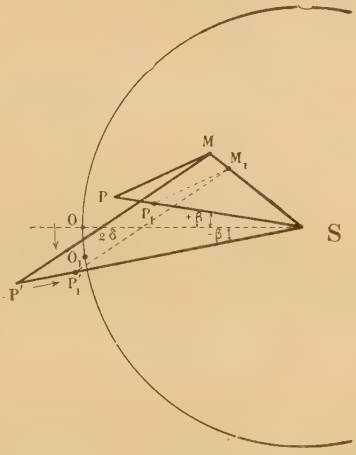


Fig. 7.

$SP = \frac{r_2}{r_1}$ $\quad SO = 1$ $\quad SM = r_1 r_2$

$\widehat{OSP} = \beta = \alpha_2 - \alpha_1$

$\widehat{OSM} = \gamma = \alpha_2 + \alpha_1$

et

$\widehat{OSP'} = -\beta$ $\quad SP' = \frac{r_1}{r_2}$.

Lorsque δ croît, tout revient à faire déplacer le point O sur un cercle de rayon 1 dans le sens de la flèche :

Pour $\delta = 0$, $\mathcal{R}_0 = \left[\frac{OP}{OM} \times r_1\right]^2 = \left[\frac{n'-1}{n'+1}\right]^2 = \mathcal{R}'_0 = \left[\frac{OP'}{OM} \times r_2\right]^2$.

Pour une autre valeur de δ on prendra un point O_1, tel que $\widehat{OSO_1} = 2\delta$ et les triangles SP_1M_1 et SP'_1M_1 tels que M_1P_1 et $M_1P'_1$ soient respectivement parallèles à MP et MP' et que $\frac{SM_1}{SM} = Q^2 = e^{-2K\delta}$.

Les facteurs de réflexion seront alors :

$$\mathcal{R} = \left[\frac{O_1P_1}{O_1M_1} \times r_1\right]^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{R}' = \left[\frac{O_1P'_1}{O_1M_1} \times r_2\right]^2.$$

Exemple de construction. — *Facteurs de réflexion du chrome déterminés à partir des constantes du métal massif.* — Les relations nécessaires sont :

$$A = \frac{\nu^2 - 1 + \varkappa^2}{(\nu+1)^2 + \varkappa^2} \quad B = \frac{2\varkappa}{(\nu+1)^2 + \varkappa^2} \quad C = \frac{\nu^2 - n'^2 + \varkappa^2}{(\nu+n')^2 + \varkappa^2} \quad D = \frac{2n'\varkappa}{(\nu+n')^2 + \varkappa^2}$$

$$r_1^2 = A^2 + B^2, \quad r_2^2 = C^2 + D^2, \quad \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{B}{A} \quad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{D}{C} \quad K = \frac{\varkappa}{\nu}.$$

Pour la longueur d'onde $\lambda = 5\,780$ Å les constantes du chrome massif et du support sont :

$$\nu = 3{,}56 \quad \varkappa = 4{,}6 \quad n' = 1{,}52$$

on obtient donc :

$K = 1{,}292$	$A = 0{,}783$	$r_1^2 = 0{,}661$	$r_1 = 0{,}813$
	$B = 0{,}219$	$r_2^2 = 0{,}539$	$r_2 = 0{,}734$
	$C = 0{,}671$		$\alpha_1 = 17^G36$
	$D = 0{,}298$		$\alpha_2 = 26^G60$
			$\beta = 9^G24$
			$\gamma = 43^G96$

et :

$$\mathcal{R} = \frac{0{,}539\,e^{-5{,}17\delta_r} - 1{,}194\,e^{-2{,}58\delta_r}\cdot\cos[2\delta_G + 9^G24] + 0{,}661}{0{,}356\,e^{-5{,}17\delta_r} - 1{,}194\,e^{-2{,}58\delta_r}\cdot\cos[2\delta_G + 43^G96] + 1},$$

$$\mathcal{R}' = \frac{0{,}661\,e^{-5{,}17\delta_r} - 1{,}194\,e^{-2{,}58\delta_r}\cdot\cos[2\delta_G - 9^G24] + 0{,}539}{0{,}356\,e^{-5{,}17\delta_G} - 1{,}194\,e^{-2{,}58\delta_r}\cdot\cos[2\delta_G + 43^G96] + 1}.$$

Formules dans lesquelles δ_r et δ_G sont les expression en radians et en grades de :

$$\delta = 2\pi\nu\frac{d}{\lambda} \quad \text{avec} \quad \delta_r = 0{,}0157\,\delta_G.$$

Pour obtenir la construction de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ il suffit d'avoir :

$$\operatorname{tg}\beta = 0{,}146 \quad \operatorname{tg}\gamma = 0{,}827 \quad \frac{r_2}{r_1} = 0{,}903 \quad \frac{r_1}{r_2} = 1{,}110$$

$$r_1 r_2 = 0{,}596 \quad 2K\delta_r = 0{,}0404\,\delta_G \quad \text{et} \quad d = 0{,}406\,\delta_G.$$

On trace ensuite sur papier millimétré un cercle, de rayon unité,

que l'on divise en grades. On construit $\widehat{OSP} = 9^g24$, $\widehat{OSP'} = 9^g24$, $\widehat{OSM} = 43^g96$. On porte :

$$SM = 0{,}596$$
$$SP = 0{,}903$$
$$SP' = 1{,}110$$

Il est très commode de tracer à l'avance sur papier millimétré e^{-y} en fonction de y entre o et 5.

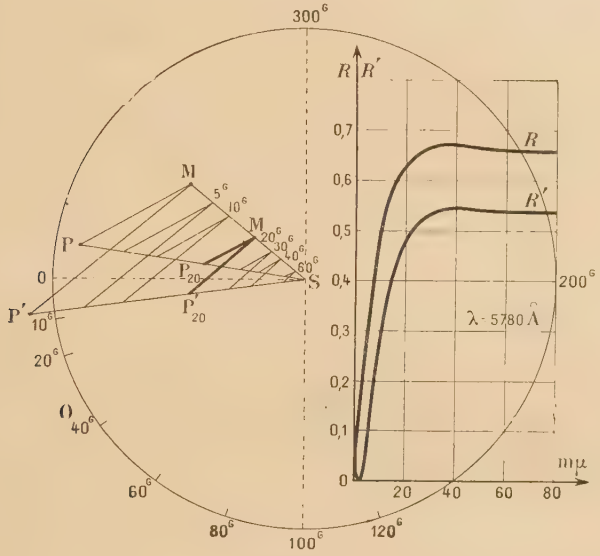


Fig. 8.

On a donc $e^{-2K\delta_r}$ pour une valeur donnée de δ_G (par exemple 20^g) c'est-à-dire de l'épaisseur d.

On obtient ainsi le point M_{20} et on mène $M_{20}P_{20}$ parallèle à MP et $M_{20}P'_{20}$ parallèle à MP'.

En prenant sur la circonférence dans le sens négatif des angles le point O_{40} tel que $\widehat{OO_{40}} = 2\delta_G$ on a :

$$\mathcal{R} = \left[\frac{O_{40}P_{20}}{O_{40}M_{20}} \times r_1\right]^2, \qquad \mathcal{R}' = \left[\frac{O_{40}P'_{20}}{O_{40}M_{20}} \times r_2\right]^2$$

par simple mesure au double décimètre et calculs à la règle.

La figure 8 résume cette construction et donne le tracé des courbes pour $\lambda = 5\,780$ Å. Ce tracé et les calculs préliminaires n'exigent

environ qu'une heure de travail et permettent d'obtenir, en prenant 10 cm. pour rayon du cercle, les facteurs de réflexion $\mathcal{R}$ o/o et $\mathcal{R}'$ o/o à une ou deux unités de la 3e décimale. Rien n'empêche d'ailleurs d'obtenir une plus grande précision en adoptant une échelle appropriée.

III. — Variation des facteurs de réflexion avec les constantes optiques.

La construction graphique précédente permet de prévoir comment varieront les facteurs de réflexion avec les constantes optiques.

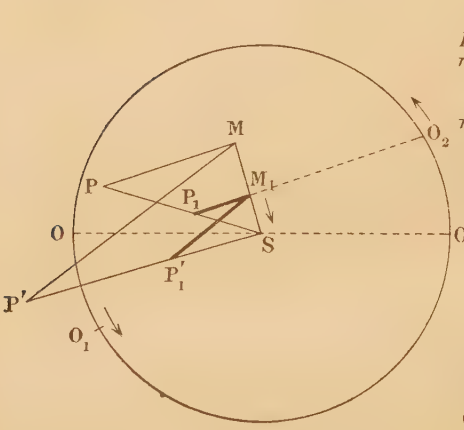


Fig. 9 *a*.

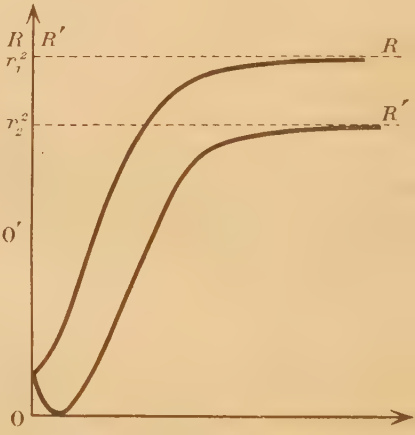


Fig. 9 *b*.

Si en partant d'une valeur fixe de ν on donne à $\varkappa$ des valeurs de plus en plus grandes, le coefficient d'extinction croît et l'exponentielle $e^{-2K\delta}$ tend rapidement vers zéro lorsque δ croît ; M_1 se rapproche vite de S et $\frac{O_1P_1}{O_1M_1}$ tend rapidement vers 1, cependant que les facteurs de réflexion $\mathcal{R}$, $\mathcal{R}'$ atteignent vite leurs valeurs limites respectives r_1^2, r_2^2 (fig. 9 *a* et 9 *b*).

Si en partant d'une valeur de ν déterminée nous faisons au contraire décroître $\varkappa$ l'exponentielle $e^{-2K\delta}$ s'amortit moins vite et les facteurs tels que $\frac{O_1P_1}{O_1M_1}$ peuvent devenir plus grands que 1, parce que le point O_1 peut décrire une plus grande partie de la circonférence avant que M_1 soit pratiquement en S et occuper par exemple la posi-

tion O_2 donnée par la figure 9 *a*. Les courbes donnant le facteur de réflexion accusent alors un maximum (fig. 10, courbes *a* et *b*).

On peut même atteindre un premier minimum si le point O_1 fait une révolution complète avant que M_1 soit en S. Ce minimum est d'autant plus accusé que M_1 se rapproche moins rapidement de S

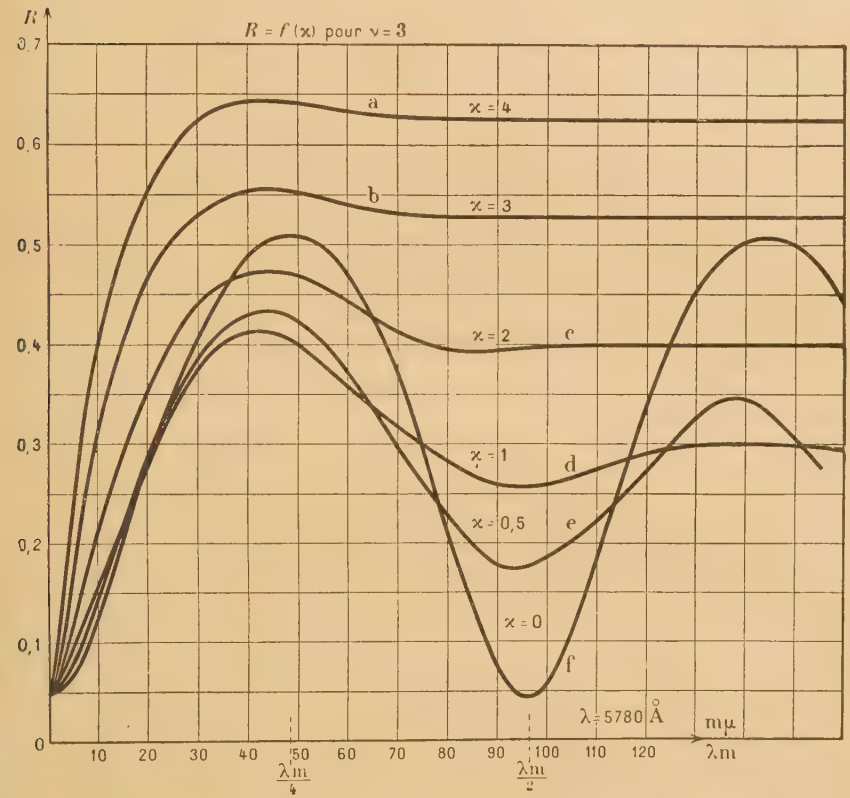


Fig. 10.

lorsque δ croît, c'est-à-dire que K est plus petit (fig. 10, courbes *c* et *d*).

Lorsque K devient suffisamment petit le point O_1 peut décrire plusieurs fois la circonférence avant que M_1 soit arrivé en S. On obtient alors pour chaque facteur de réflexion une série de maxima et de minima qui s'amortissent d'autant moins rapidement que K tend plus vite vers zéro (fig. 10, courbes *d* et *e*).

Pour $K = 0$ les courbes prennent une allure sinusoïdale comme nous le verrons plus loin (fig. 10 *f*).

Les courbes de la figure 10 ont été obtenues par construction graphique pour la valeur $\nu = 3$ et pour différentes valeurs de $\varkappa$. Elles illustrent les variations indiquées ci-dessus pour le facteur de réflexion air-couche en fonction de l'épaisseur de la couche pour $\lambda = 5\,780$ Å, et en fonction de l'épaisseur évaluée à partir de la longueur d'onde dans la couche $\lambda_m = \frac{\lambda}{\nu}$. Le support étant en verre d'indice $n' = 1{,}52$.

Remarques importantes

1° Sur le minimum du facteur de réflexion côté support. — Les facteurs r_1 et r_2 sont donnés par les relations :

$$r_1^2 = \frac{(\nu - 1)^2 + \varkappa^2}{(\nu + 1)^2 + \varkappa^2}, \qquad r_2^2 = \frac{(\nu - n')^2 + \varkappa^2}{(\nu + n')^2 + \varkappa^2}$$

si $\nu > n'$, on a toujours $r_1 > r_2$.

Lorsque $\nu < n'$, r_1 reste $> r_2$ si l'on a la condition $\varkappa^2 > n' - \nu^2$ obtenue en calculant la différence $r_1^2 - r_2^2$; les facteurs α_1 et α_2 sont donnés par les relations :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2\varkappa}{\nu^2 - 1 + \varkappa^2} \qquad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{2n'\varkappa}{\nu^2 - n'^2 + \varkappa^2}$$

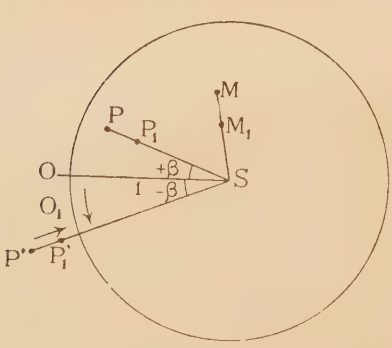


Fig. 11.

pour $\nu > n'$ on a $\alpha_2 > \alpha_1$; pour d'autres valeurs de ν, α_2 est $> \alpha_1$ lorsqu'on a l'une des conditions :

$$\varkappa^2 < 1 - \nu^2 \quad \text{ou} \quad \varkappa^2 > n'^2 - \nu^2$$

lorsque les deux conditions $r_1 > r_2$ et $\alpha_2 > \alpha_1$ seront réunies, et en particulier pour $\nu > n'$, et plus généralement pour $\boxed{\varkappa^2 > n'^2 - \nu^2}$ on aura la possibilité d'un fort minimum pour $\mathcal{R}'$ puisque $SP' = \frac{r_1}{r_2}$ est plus grand que 1 et que la circonférence traverse SP′ entre S et P′ (fig. 11 et 9 *a*).

Ce minimum $\left[\frac{O_1P'}{O_1M_1} \times r_2\right]^2$ sera *nul* lorsque O_1 et P'_1 seront tous deux à l'intersection de la circonférence et de la droite SP′ c'est-à-dire pour la double condition :

$$\begin{cases} \frac{r_2}{r_1} Q^2 = 1 \\ 2\delta = \beta \end{cases} \quad \text{soit } K\beta = L_{Nep} \frac{r_1}{r_2}$$

c'est-à-dire lorsque :

$$\text{L}_{\text{Nép}}\ \text{module}\ \frac{a}{a'} = \text{K}\ \text{argument}\ \frac{a}{a'}\ .$$

Il est important de remarquer que le minimum de $\mathcal{R}'$ peut ne pas exister, même en attribuant aux constantes optiques des valeurs qui vérifient la double condition $r_1 > r_2$, $\alpha_1 > \alpha_2$. C'est par exemple le cas des courbes théoriques tracées à partir de $n = 0{,}18$ et $\varkappa = 3{,}67$ qui sont les constantes de l'argent massif pour $\lambda = 5\,780$ Å.

On a dans ce cas :

$$r_1 = 0{,}975 \qquad r_2 = 0{,}966 \qquad \alpha_1 = 33^{\text{G}}8 \qquad \alpha_2 = 49^{\text{G}}9.$$

La courbe $\mathcal{R}'$ ne présente aucun minimum, car $\beta = 16^{\text{G}}1$ et que pour $\widehat{OO_1} = 12^{\text{G}}$ le point P′ est pratiquement en S alors que le point O_1 n'a pas encore atteint la droite SP′. Ceci est dû à la très forte valeur du coefficient d'extinction $K = 20{,}4$ (fig. 12 *a*).

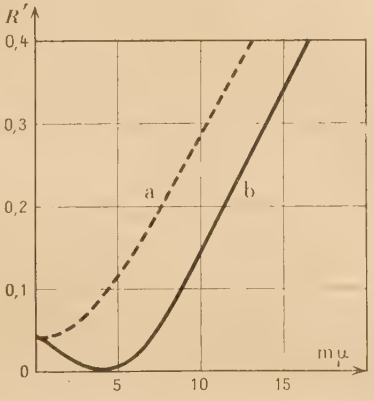


Fig. 12.

Rouard (1) a montré cependant que le facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ de l'argent, déposé par projection cathodique, passait par un minimum très net. Pour l'épaisseur $d = 2{,}9$ mμ et $\lambda = 5\,780$ Å, il a été amené à donner aux constantes optiques les valeurs $n = 3{,}75$ et $\varkappa = 2{,}15$ à partir desquelles on obtient :

$$r_1 = 0{,}668 \qquad r_2 = 0{,}545 \qquad \alpha_1 = 15^{\text{G}}2 \qquad \alpha_2 = 24^{\text{G}}2.$$

La construction graphique de $\mathcal{R}'$ conduit bien à un minimum car avec les nouvelles constantes le coefficient d'extinction $K = 0{,}574$ est faible.

Pour $d = 2{,}9$ mμ on obtient $SP' = 1{,}08$, $\widehat{OO_1} = 15^{\text{G}}$ tandis que $\beta = 9^{\text{G}}$, ce qui donne à $\mathcal{R}$, la valeur théorique 0,007 parfaitement concordante avec les résultats expérimentaux de Rouard (fig. 12 *b*).

Un autre cas où l'on réunit les conditions $r_1 > r_2$, $\alpha_2 > \alpha_1$ et K pas trop grand est celui de la courbe $\mathcal{R}'$ tracée à partir des constantes $n = 3{,}56$, $\varkappa = 4{,}6$ du chrome massif. Nous avons vu que la construction de cette courbe faisait apparaître un minimum très accentué

(fig. 8), on a ici $\beta = 9^{\circ}24$ et pour $d = 1{,}2$ mμ, $\lambda = 5\,780$ Å, on obtient $\widehat{OO_1} = 6^{\circ}$, $SP' = 0{,}98$ et $\mathcal{R}' = 0{,}003$.

2° **Sur la position relative des courbes $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$.** — Tant que les constantes optiques vérifient la condition $\boxed{\varkappa^2 > n' - \nu^2}$ on a $r_1^2 > r_2^2$ et la courbe du facteur de réflexion se trouve constamment au-dessus de la courbe $\mathcal{R}'$.

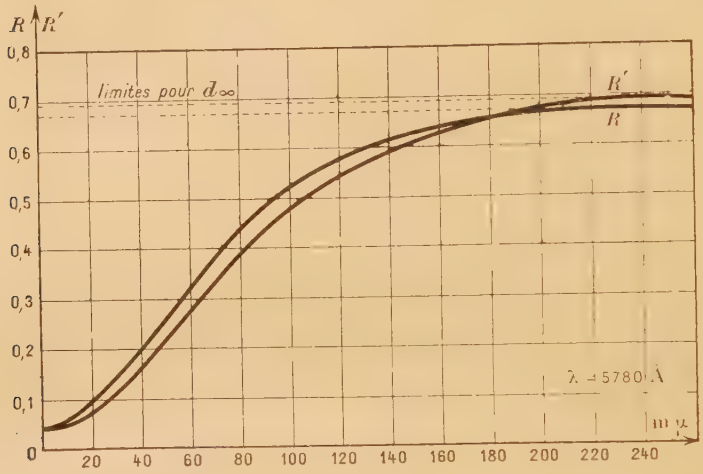


Fig. 13.

Lorsque $\varkappa^2 < n' - \nu^2$ la courbe $\mathcal{R}'$ passe au-dessus de la courbe $\mathcal{R}$. La figure 13 comporte le tracé de ces courbes pour les valeurs :

$$\nu = 0{,}2$$
$$\varkappa = 1$$

qui vérifient la condition ci-dessus.

Le fait expérimental d'un chevauchement des courbes $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ a été signalé par Goos (3) au sujet des facteurs de réflexion de l'argent déposé sur quartz pour la longueur d'onde 3 660 Å. Pour cette longueur d'onde les constantes du métal massif sont :

$$\nu = 0{,}2 \qquad \varkappa = 1.52.$$

Ce qui donne à K la valeur 7,6. Le fait que le facteur de réflexion $\mathcal{R}$ des courbes de Goos (fig. 14) passe par un maximum accentué ne permet pas de conclure à une aussi forte valeur de K, et probablement

de $\varkappa$. La condition que j'ai proposée ci-dessus est donc sinon réalisée du moins très près de l'être, ce qui explique en partie le comportement signalé ci-dessus.

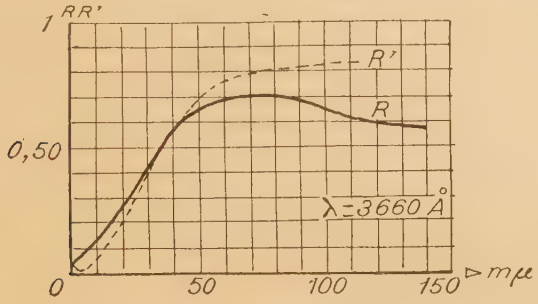


Fig. 14.

3° **Sur la position des maxima et des minima.** — Lorsque $\varkappa$ diminue par rapport à ν et que $K = \frac{\varkappa}{\nu}$ atteint une valeur de l'ordre de l'unité les courbes passent par un maximum qui, comme nous l'avons vu, peut être suivi d'un minimum et même de plusieurs maxima et minima quand K diminue.

Nous verrons plus loin que pour $K = o$, le premier maximum est atteint pour $d = \frac{\lambda_m}{4}$ si $\nu > n'$ et que le premier minimum est atteint pour $d = \frac{\lambda_m}{2}$ si $\nu > n'$ et pour $d = \frac{\lambda_m}{4}$ pour $\nu < n'$. Lorsque $\varkappa$ n'est pas nul la position des maxima et des minima est plus ou moins déplacée par rapport aux valeurs qui viennent d'être signalées. Les courbes de la figure 10 tracées pour $\nu = 3$ montrent nettement que le premier maximum est atteint pour une valeur de l'épaisseur $d < \frac{\lambda_m}{4}$.

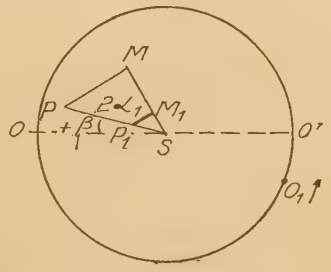


Fig. 15.

L'explication en est simple. La variation du facteur de réflexion $\mathcal{R}$ est la même que celle de $\frac{O_1P_1}{O_1M_1}$. La valeur $d = \frac{\lambda_m}{4}$ est atteinte lorsque $2\delta = \pi = 4\pi\nu\frac{d}{\lambda}$, c'est-à-dire lorsque le point O_1 atteint la position O' et ce n'est pas forcément pour cette position que $\frac{O_1P_1}{O_1M_1}$ est maximum. Lorsque K est grand,

tout en gardant une valeur telle que la courbe présente un maximum, PM arrive en S avant que O_1 soit en O′ (fig. 15).

Lorsque K diminue, O_1 se rapproche de O′.

Peut-il le dépasser ? Il faut tenir compte pour cela de la position en grandeur et en direction de P_1M_1 par rapport à O_1, or celle-ci varie avec les angles β, $2\alpha_1$ et avec $SM = r_1r_2$.

Dans tous les cas que j'ai étudiés le maximum du facteur de réflexion est obtenu pour une épaisseur inférieure à $\frac{\lambda_m}{4}$ et le premier minimum est obtenu pour une épaisseur comprise entre $\frac{\lambda_m}{4}$ et $\frac{\lambda_m}{2}$.

IV. — Facteurs de réflexion et variations de phase dans le cas où $\varkappa = 0$.

Dans le cas où l'indice d'extinction devient nul les facteurs K, B et D le deviennent également ; les modules r_1 et r_2 des quantités complexes a et a' se réduisent aux grandeurs algébriques :

$$r_1 = A = \frac{\nu - 1}{\nu + 1} \qquad r_2 = C = \frac{\nu - n'}{\nu + n'}$$

et les relations 1, 2, 3, 4 deviennent :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}' = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos 2\delta}{1 + r_1^2r_2^2 - 2r_1r_2\cos 2\delta} = \frac{u - \cos 2\delta}{v - \cos 2\delta}$$

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi = \frac{r_2(1 - r_1^2)\sin 2\delta}{-r_1r_2^2 + r_2(1 + r_1^2)\cos 2\delta - r_1} = \frac{p\sin 2\delta}{q + \cos 2\delta}$$

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi' = \frac{r_1(1 - r_2^2)\sin 2\delta}{-r_2r_1^2 + r_1(1 + r_2^2)\cos 2\delta - r_2} = \frac{p'\sin 2\delta}{q' + \cos 2\delta}$$

avec :

$$u = \frac{r_1^2 + r_2^2}{2r_1r_2} \qquad v = \frac{1 + r_1^2r_2^2}{2r_1r_2}$$

$$p = \frac{1 - r_2^2}{1 + r_1^2} \qquad p' = \frac{1 - r_2^2}{1 + r_2^2}$$

$$q = -\frac{-r_1(1 + r_2^2)}{r_2(1 + r_1^2)} \qquad q' = \frac{-r_2(1 + r_1^2)}{r_1(1 + r_2^2)}$$

A. *Facteurs de réflexion.* — On a :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}' = \frac{u - \cos 2\delta}{v - \cos 2\delta} \qquad \text{et} \qquad \frac{d\mathcal{R}}{d\delta} = \frac{(v - u)\sin 2\delta}{(v - \cos 2\delta)^2}$$

or :

$$v - u = \frac{1 + r_1^2 r_2^2 - r_1^2 - r_2^2}{2 r_1 r_2} = \frac{(r_2^2 - 1)(r_1^2 - 1)}{2 r_1 r_2}$$

et comme r_1^2 et r_2^2 sont toujours inférieurs à 1, $(v - u)$ sera du signe de $r_1 r_2$, c'est-à-dire du signe de $(\nu - 1)(\nu - n')$. Je distinguerai donc deux cas :

1° $\nu < 1$ ou $\nu > n'$, soit $v - u > 0$.

La courbe des facteurs de réflexion a l'allure d'une sinusoïde (fig. 16 *a*) qui passe par un premier maximum pour $2\delta = \pi$, la valeur de ce maximum étant :

$$\mathcal{R}_m = \left[\frac{r_1 + r_2}{1 + r_1 r_2}\right]^2 = \left[\frac{\nu^2 - n'}{\nu^2 + n'}\right]^2$$

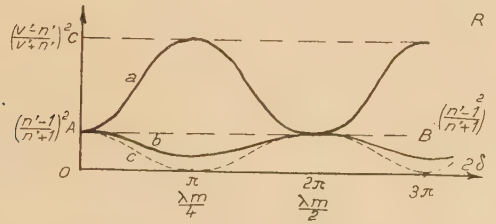


Fig. 16.

et qui pour $2\delta = 0, 2\pi$, etc., prend la valeur minimum :

$$\mathcal{R}_0 = \left[\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2}\right]^2 = \left[\frac{n' - 1}{n' + 1}\right]^2$$

qui est le facteur de réflexion du support.

2° $1 < \nu < n'$. Dans ce cas $v - u < 0$ et la courbe des facteurs de réflexion a l'allure d'une sinusoïde 16 *b*) constamment au-dessous du facteur de réflexion du support. Elle atteint un premier minimum pour $2\delta = \pi$ qui a pour valeur $\left[\frac{\nu^2 - n'}{\nu^2 + n'}\right]^2$ et son maximum pour $2\delta = 2\pi$, 4π, etc., pour la valeur $\left[\frac{n' - 1}{n' + 1}\right]^2$.

Pour $\nu = \sqrt{n'}$ le minimum du facteur de réflexion est nul (courbe *c*).

Pour $\nu = 1$ ou $\nu = n'$ la courbe se réduit à la droite AB.

Il est intéressant de tracer la courbe de variation $\mathcal{R}_m = \left[\frac{\nu^2 - n'}{\nu^2 + n'}\right]^2$ du maximum ou du minimum du facteur de réflexion en fonction de ν ; on obtient la courbe de la figure 17 tracée pour $n' = 1{,}52$ et qui montre qu'une même valeur du maximum peut être atteinte pour deux valeurs de ν différentes.

Lorsqu'on voudra résoudre au mieux le problème de la division d'un flux lumineux en deux parties égales on devra rechercher un corps d'indice d'extinction pratiquement nul et d'indice de réfraction voisin de 0,5 ou de 2,8.

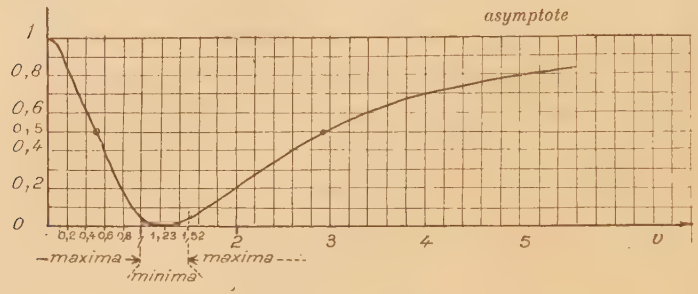


Fig. 17.

Remarque. — Lorsqu'on donne à $\varkappa$ des valeurs non nulles mais très petites la répartition des facteurs de réflexion en fonction de l'épaisseur prend une allure de sinusoïde amortie. La figure 18 traduit ce fait pour les deux cas envisagés ci-dessus. L'épaisseur a été exprimée en λ_m.

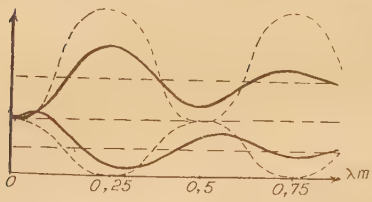


Fig. 18.

B. *Variations de phase.* — 1° *Côté air.* — On a :

$$\operatorname{tg}\Delta\varphi = \frac{p \sin 2\delta}{q + \cos 2\delta} = y_1.$$

y_1' est du signe de $q \cos 2\delta + 1$ et s'annule pour $\cos 2\delta = -\frac{1}{q}$

car $\qquad r_1 - r_2 > 0$

et $\quad q = -\frac{r_1}{r_2}\left(\frac{1 + r_1^2}{1 + r_1^2}\right)$ est < 1.

En remarquant que $p > 0$, on a la courbe de la figure 19.

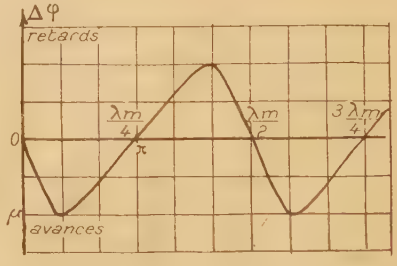


Fig. 19.

Les phases qui commencent par des retards passent périodiquement du retard à l'avance lorsque 2δ passe par π, 2π, 3π, etc..., c'est-à-dire quand l'épaisseur passe par $\frac{\lambda_m}{4}$, $\frac{\lambda_m}{2}$, $\frac{3\lambda_m}{4}$ ...

2° *Côté support.* — On a $\operatorname{tg} \Delta\varphi' = \frac{p' \sin 2\delta}{q' + \cos 2\delta} = y_2$ et y'_2 qui est du signe de $q' \cos 2\delta + 1$ est toujours > 0.

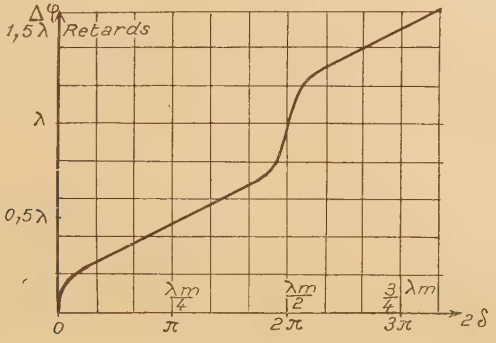


Fig. 20.

En remarquant que p' est > 0 on peut tracer la courbe de la figure 20. Dans ce cas les variations de phase sont constamment des retards qui augmentent de 2π quand d augmente de $\frac{\lambda_m}{2}$.

V. — Variation des changements de phase avec les constantes optiques.

Les formules (2) et (4) donnant les variations de phase ne conduisent pas à une construction graphique simple analogue à celle des facteurs de réflexion et par conséquent ne se prêtent pas à une discussion systématique. Elles permettent cependant d'étudier la variation des changements de phase lorsque, l'une des constantes optiques étant fixée, on fait varier lentement l'autre.

Pour $\nu = 2$, j'ai tracé (fig. 21) les courbes des variations de phase verre-métal en fonction de l'épaisseur pour des valeurs croissantes de $\varkappa$ et pour $\lambda = 5\,780$ Å.

Avec les notations que j'ai employées, lorsque la fraction $\operatorname{tg} \Delta\varphi' = \frac{N'}{D'}$ est positive on obtient, soit des retards compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, soit des avances comprises entre $\frac{\pi}{2}$ et π et s'il s'agit de variations de phase supérieures à π on obtient, soit des retards compris entre π et $\frac{3\pi}{2}$, soit des avances comprises entre 2π et $\frac{3\pi}{2}$. Lorsque $\frac{N'}{D'}$ est négatif on obtient, soit des avances comprises entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, soit des retards compris entre $\frac{\pi}{2}$ et π et pour des variations

de phase supérieures à π on obtient, soit des retards compris entre $\frac{3\pi}{2}$ et 2π, soit des avances comprises entre π et $\frac{3\pi}{2}$.

Pour $\varkappa \leqslant 1{,}5$, N′ et D′ sont tous deux positifs pour les faibles épaisseurs et changent de signe lorsque l'épaisseur croît, mais D s'annule avant N′. Il s'ensuit que $\Delta\varphi'$ reste constamment un retard. Nous voyons que ce retard atteint des valeurs supérieures à $0{,}5\,\lambda$ mais que pour $\varkappa = 0{,}3$ ce retard ne croît déjà plus indéfiniment, comme il le fait pour $\varkappa = 0$.

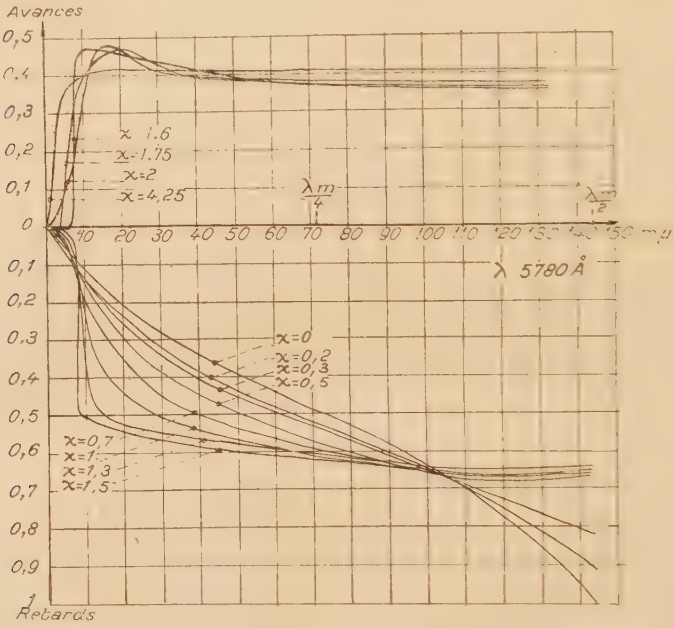


Fig. 21. — $\nu =$ Variations de phase : verre, lame complexe.

Pour $\varkappa = 1{,}6$ N′ s'annule avant D′ ; N′ et D′ étant tous les deux positifs pour les faibles épaisseurs. Ceci nous montre que $\Delta\varphi'$ commence par un retard pour finir par une avance lorsque l'épaisseur croît.

Si l'on donne à $\varkappa$ des valeurs plus élevées, N′ devient négatif pour les faibles épaisseurs et $\frac{N'}{D'}$ reste négatif quelle que soit l'épaisseur. La variation de phase est constamment une avance.

Le passage du retard à l'avance se fait pour des valeurs de $\varkappa$ comprises entre 1,5 et 1,6, c'est-à-dire brusquement. D'ailleurs lorsqu'on attribue à $\varkappa$ la valeur 1,55 il est difficile de suivre les variations du

changement de phase en fonction de l'épaisseur car N' et D' s'annulent à peu près en même temps.

Pour la même valeur $\nu = 2$ j'ai tracé (fig. 22) les courbes des variations de phase air-métal, en fonction de l'épaisseur, pour des valeurs croissantes de $\varkappa$ et pour la longueur d'onde 5 780 Å.

Lorsque $\operatorname{tg} \Delta\varphi = \frac{N}{D}$ est positif, la variation de phase relative est un retard compris entre o et $\frac{\pi}{2}$ et lorsque $\operatorname{tg} \Delta\varphi$ est négatif la variation de phase est une avance comprise entre o et $-\frac{\pi}{2}$.

Dans le domaine des valeurs étudiées le dénominateur D reste négatif. Pour les faibles valeurs de $\varkappa$ et pour les faibles épaisseurs, N est positif puis s'annule et devient négatif lorsque l'épaisseur croît ; on passe alors de l'avance au retard.

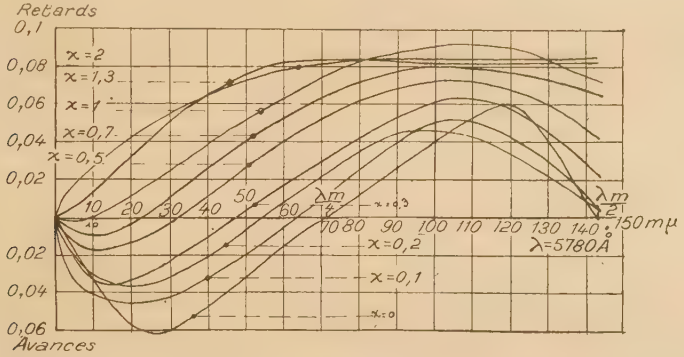


Fig. 22. — Variations de phases relatives : air, lame complexe.

Nous voyons sur la figure 22 que l'effet d'une absorption est de diminuer la valeur maximum de l'avance de phase et de déplacer vers le zéro l'épaisseur pour laquelle la variation de phase s'annule. Contrairement à ce que l'on obtient lorsqu'on fait abstraction des réflexions multiples en nombre infini, les épaisseurs pour lesquelles la variation de phase est nulle ne sont pas indépendantes de l'absorption (4).

Lorsque $\varkappa$ croît, N finit par devenir constamment négatif, et la variation de phase devient un retard quelle que soit l'épaisseur.

VI. — Applications.

La construction graphique des facteurs de réflexion peut être employée à la recherche des variations des constantes optiques des lames complexes avec l'épaisseur. La méthode qui a été utilisée par

Murmann (5) et par Rouard (6) consiste à tracer deux familles de courbes $\mathcal{R} = f_1(\nu)$ et $\mathcal{R}' = f_2(\nu)$ pour des valeurs déterminées de $\varkappa$ et pour une valeur particulière de $\frac{d}{\lambda}$. On détermine ensuite graphiquement les valeurs de ν et de $\varkappa$ qui donnent des facteurs de réflexion égaux aux valeurs expérimentales pour le $\frac{d}{\lambda}$ utilisé. On obtient ainsi deux courbes qui se coupent ; chaque point d'intersection satisfait à la fois à $\mathcal{R}$ et à $\mathcal{R}'$.

Cette méthode est longue et pénible lorsqu'on est obligé de calculer point par point les valeurs de $\mathcal{R}$ et de $\mathcal{R}'$ qui correspondent à des valeurs données de ν et de $\varkappa$. La construction graphique que j'ai exposée dans ce chapitre permettant une détermination rapide de $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$, en fonction de $\delta = 2\pi\nu\frac{d}{\lambda}$, pour des valeurs données de ν et $\varkappa$, rend la méthode citée ci-dessus très praticable.

En faisant varier ν et $\varkappa$ j'ai pu tracer en peu de temps un véritable réseau de courbes permettant d'aborder l'étude des constantes optiques de n'importe quelle lame complexe. Il m'a été alors possible de faire une comparaison directe des courbes expérimentales avec les différentes courbes théoriques et de déduire rapidement l'allure de la variation des constantes optiques avec l'épaisseur.

L'application des formules donnant les variations de phase m'a fourni une vérification des constantes optiques obtenues par la méthode graphique ; les courbes des figures 21 et 22 m'ont également permis de suivre la variation de l'absorption des couches de « chrome » cathodique en fonction de l'épaisseur.

Remarques. — 1° Les formules obtenues pour les facteurs de réflexion et pour les variations de phase sont exprimées en fonction de $\delta = 2\pi\nu\frac{d}{\lambda}$. Les courbes correspondantes sont tracées en fonction de d et sont utilisables pour toutes les longueurs d'onde à condition de choisir convenablement l'échelle des épaisseurs. Il est encore commode de tracer ces courbes en fonction de l'épaisseur exprimée en fraction de longueur d'onde dans la couche $\lambda_m = \frac{\lambda}{\nu}$. Ces deux modes de représentation sont portés sur les abscisses des figures 21 et 22.

2° Les courbes expérimentales des variations de phase sont obtenues en effectuant les mesures à partir d'un support à faces planes et parallèles. Les formules (2) et (4) ont été démontrées en partant d'un support prismatique. Elles donnent cependant les variations de phase théoriques correctes car Rouard (7) a démontré qu'avec les procédés d'observations utilisés, l'épaisseur géométrique de la lame-support n'intervient pas.

TROISIÈME PARTIE

RÉSULTATS

Lames obtenues par projection cathodique.

CHAPITRE VI

Détermination des facteurs de réflexion et de transmission.

§ 1. **Résultats expérimentaux.** — Ces facteurs sont déterminés par le procédé déjà décrit, à partir d'une couche fraîchement pulvérisée sur une lame de verre neuve légèrement prismatique pour ne faire intervenir que les réflexions multiples dans la couche et se trouver ainsi dans le cas d'application de la théorie.

Les résultats (8) sont rassemblés dans le tableau de la page 34.

Les courbes traduisant ces résultats sont données par la figure 23.

§ 2. **Interprétation des résultats.** — Ces courbes mettent en évidence, pour chaque longueur d'onde, l'existence de maxima et de minima très nets pour les deux facteurs de réflexion et pour le facteur de transmission. Ces résultats sont nouveaux, les métaux étudiés jusqu'ici (Au, Ag, Pt) ont des facteurs de réflexion croissant régulièrement avec l'épaisseur, tandis que le facteur de transmission décroît. Il résulte de ces maxima et minima que ces lames observées par réflexion présentent de très belles colorations. La coloration est la même du côté verre que du côté air et correspond à l'échelle des teintes de Newton à centre noir, ce qui indique que la couche possède un indice supérieur à celui du verre.

On a affaire à des phénomènes d'interférence de lames minces parce que l'indice d'extinction est pratiquement nul, surtout pour $\lambda = 5\,461$ Å et $\lambda = 5\,780$ Å.

Or nous avons vu que lorsque cet indice est nul la courbe des facteurs de réflexion est sinusoïdale et que le premier maximum $\mathcal{R}_m = \left(\frac{\nu^2 - n}{\nu^2 + n}\right)^2$ est atteint lorsque $\delta = 2\pi\nu\frac{d}{\lambda} = \frac{\lambda_m}{4}$. La valeur expéri-

Poids de dépôt par cm²	Epaisseur en mμ (densité 3,7)	Coloration en lumière réfléchie	λ..... 3 660 Å			4 358 Å			5 461 Å			5 780 Å		
			R	R′	T	R	R′	T	R	R′	T	R	R′	T
0	0	—	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958
$5,5.10^{-6}$ g.	15	gris métallique bleuté	0,093	0,060	0,865	0,069	0,054	0,876	0,056	0,047	0,917	0,054	0,048	0,940
8,8 »	22,9	»	0,123	0,090	0,792	0,097	0,078	0,886	0,068	0,062	0,896	0,065	0,063	0,910
12,7 »	34,8	»	0,216	0,160	0,692	0,178	0,144	0,760	0,125	0,104	0,835	0,115	0,096	0,865
17,5 »	48	»	0,246	0,216	0,605	0,233	0,206	0,705	0,187	0,171	0,765	0,178	0,163	0,786
27,2 »	74,1	jaunâtre	0,135	0,099	0,663	0,193	0,169	0,729	0,207	0,185	0,752	0,202	0,187	0,752
31,5 »	86	jaune	0,067	0,015	0,645	0,085	0,066	0,825	0,159	0,146	0,775	0,172	0,165	0,780
50,3 »	137	rose violacé	0,197	0,120	0,500	0,086	0,056	0,785	0,061	0,054	0,876	0,084	0,078	0,872
61,3 »	167,5	bleu	0,078	0,025	0,483	0,180	0,151	0,652	0,097	0,085	0,812	0,064	0,052	0,861

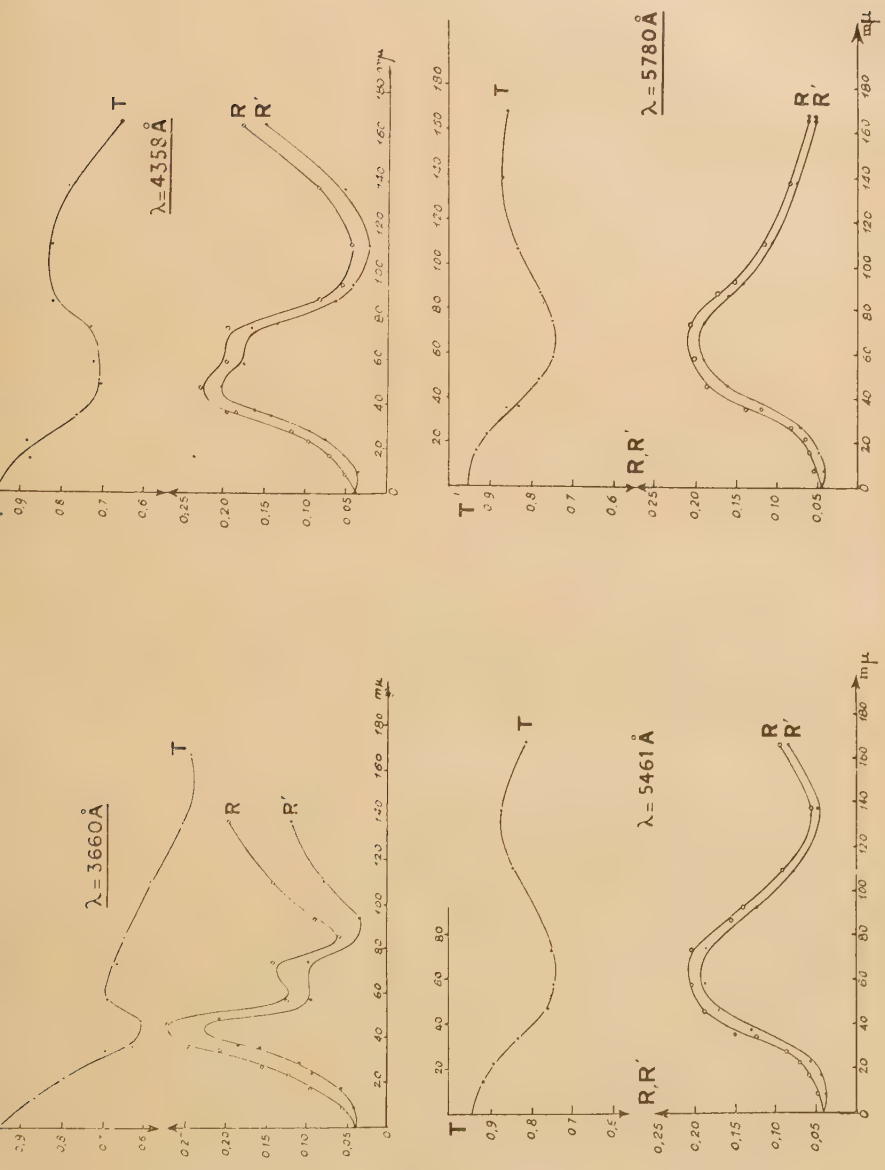


Fig. 23.

mentale de ce maxima permet donc de calculer la valeur correspondante de l'indice de réfraction.

On obtient les résultats suivants :

	$\lambda = 3660$ Å	$\lambda = 4358$ Å	$\lambda = 5461$ Å	$\lambda = 5780$ Å
R	0,270	0,235	0,210	0,205
ν	2,2	2,1	2,0	2,0
Indice de réfraction du chrome massif.	1,56	2,23	3,48	3,56

On peut constater que les valeurs obtenues sont différentes de celles du chrome massif et que leur variation avec la longueur d'onde est faible.

D'autre part il est facile de déterminer l'épaisseur d_m de la couche mince correspondant à ce premier maximum par exemple pour $\lambda = 5461$ Å. On doit avoir en effet $d_m = 2\frac{\lambda_m}{4} = \frac{5461}{8} = 68{,}2$ mμ, ce qui comme je l'ai déjà dit permet de transformer le repérage de l'épaisseur pour laquelle se produit le maximum en véritable mesure, mais tandis que le repérage à partir de la densité de la couche supposée connue est fait à quelques dixièmes de mμ près, la mesure ne sera faite qu'à 1 ou 2 mμ près par suite de l'incertitude sur la position du maximum (1).

L'échelle des teintes de Newton fournit pour la couleur rose violacé un retard optique Δ de 570 mμ. On a donc : $\Delta = 2\nu d = 570$, or $\nu = 2$, donc $d = \frac{570}{4} = 142$ mμ valeur très voisine de celle trouvée par l'autre méthode : 137 mμ. Les résultats obtenus sont donc cohérents.

§ 3. **Nature et caractère du dépôt.** — L'épaisseur et le poids par centimètre carré étant connus on peut calculer la densité du dépôt. On trouve ainsi une densité voisine de 3,7. La densité du chrome massif est de 6,7 ; celle de Cr^2O^3 est 5,2 ; celle de Cr^5O^9 est de 4. Il est vraisemblable que la densité d'un corps en lame mince est inférieure à celle du même corps pris à l'état massif soit par suite de la présence toujours possible de gaz occlus, soit parce que la maille cristalline est plus grande. D'autre part quelles que soient les précautions prises, les conditions de vide et la nature du gaz résiduel j'ai toujours obtenu des lames pratiquement transparentes et ne conduisant pas le courant électrique. Par contre, comme nous le verrons

(1) Pour déterminer les autres épaisseurs je suis obligé de supposer que la densité est constante, ce qui est sûrement erroné pour les très faibles épaisseurs. Toutefois, au voisinage du maximum, ce repérage est plus correct qu'en partant de la densité du « chrome » massif.

plus loin, j'ai obtenu, par projection thermique, des lames minces de chrome présentant tous les caractères des lames métalliques, conduisant le courant et ayant un indice d'extinction élevé. Or si l'on chauffe à l'air ces lames thermiques, elles deviennent transparentes et tout à fait analogues aux lames cathodiques. Il est donc à peu près certain que les lames cathodiques sont constituées par de l'oxyde de chrome pur (peut-être Cr^2O^3).

Cette oxydation est favorisée par l'échauffement de la cathode pendant la pulvérisation cathodique qui dure parfois plusieurs heures sous un vide moins poussé que pour la vaporisation thermique. Bien que la lame-support soit refroidie, les particules projetées, qui ont une grande vitesse à la limite de l'espace obscur, s'échauffent suffisamment sous l'effet des chocs pour que l'oxydation soit complète, même dans une atmosphère raréfiée d'oxygène. L'intérêt du chrome est de fournir directement des dépôts transparents très durs, très adhérents et relativement faciles à obtenir.

En dehors des belles couleurs, variables avec l'épaisseur, ces lames possèdent le caractère optique suivant : inclinées entre 2 nicols elles donnent des couleurs très vives de polarisation chromatique qui révèlent la texture cristalline de la lame.

§ 4. **Comparaison avec les résultats obtenus par certains expérimentateurs.** — Hulburt (9) a préparé des dépôts minces de chrome par projection cathodique, dans une atmosphère d'hydrogène, en faisant passer la décharge pendant une minute et en laissant refroidir la cathode pendant quelques minutes. Cet auteur a observé que le métal se déposait très lentement et qu'une semaine de traitement était nécessaire pour obtenir un film opaque. Ces films étaient brillants mais montraient une légère coloration brune que Hulburt attribuait à des traces d'oxyde de carbone.

La courbe I, fig. 24, donne les facteurs de réflexion de ces films en fonction de la longueur d'onde pour le proche ultra-violet. La courbe II se rapporte aux facteurs de réflexion de lames minces qui sont grises par transmission.

Les lames que j'ai projetées sont nettement différentes de celles de Hulburt. Elles sont extrêmement transparentes et pour les plus faibles épaisseurs sont gris brun par transmission puis deviennent gris vert. Pour de très fortes épaisseurs les lames deviennent absorbantes et sont très vertes par transmission. Ceci légitime l'hypothèse selon laquelle ces lames sont constituées par du sexquioxyde de chrome à peu près pur.

Nathanson et Bartberger (10) ont montré que les films préparés par projection cathodique, dans un vide de l'ordre de 1/10 de millimètre de mercure, étaient pour la plupart oxydés. C'est ainsi que les films projetés à partir d'une cathode de fer dans une atmosphère

d'hydrogène seraient presque entièrement constitués par de l'oxyde de fer. Cau (11) a pu cependant obtenir des lames de fer par projection cathodique dans de l'hydrogène très purifié.

J'ai opéré sous des vides nettement plus élevés que ceux employés par ces derniers auteurs, et aussi dans des atmosphères diverses de gaz inertes. Les traces d'oxygène, dont ces gaz n'étaient pas entièrement dépourvus, et celles provenant des joints ou des gaz occlus étaient suffisantes pour permettre une oxydation à peu près complète des particules projetées.

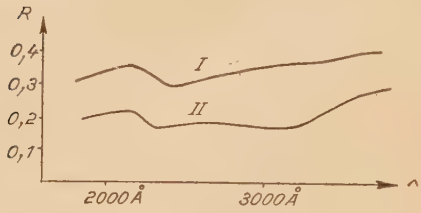


Fig. 24.

Le chrome apparaît donc, dans les conditions de projection de la pulvérisation cathodique, comme un métal extrêmement oxydable ; il faut, comme nous l'avons vu plus haut, des densités de courant très faibles, de très grandes précautions de refroidissement et des durées de projection vraiment exagérées pour obtenir finalement une lame de chrome non dénuée d'impuretés.

§ 5. **Applications** (12). — Ces propriétés remarquables sont susceptibles d'un certain nombre d'applications. En particulier elles peuvent être utilisées chaque fois que l'on veut augmenter le facteur de réflexion d'un corps transparent sans diminuer sensiblement le facteur de transmission.

Considérons par exemple une lame de chrome cathodique ayant une épaisseur de 68,2 mμ déposée sur verre. Pour $\lambda = 5461$ le facteur de réflexion est égal à 0,21, le facteur de transmission est 0,75. L'absorption n'est donc que de 0,04, c'est-à-dire qu'elle est pratiquement nulle. Une lame d'argent déposée sur verre, ayant un facteur de réflexion de 0,20, a un facteur de transmission de 0,44 seulement ; la proportion de lumière absorbée est donc de 0,36. Pour l'or et l'aluminium les résultats sont analogues. On voit l'avantage qu'il y a à utiliser de telles lames pour constituer par exemple des lames d'étalon de Perot-Fabry destinées à l'étude spectroscopique des lumières de très faible intensité.

La figure 25 montre la répartition de l'intensité lumineuse dans les anneaux à l'infini avec des étalons de Perot-Fabry.

La courbe n° 1 est relative à des lames d'étalon en verre non métallisé.

La courbe n° 2 est relative à des lames d'étalon en verre « chromé » (50 mμ d'épaisseur) pour $\lambda = 4\,358$ Å, $T = 0{,}70$, $\mathcal{R} = 0{,}23$.

La courbe n° 3 est relative à des lames d'étalon en verre semi-

argenté (épaisseur 22 mμ) pour $\lambda = 4\,358$ Å, $T = 0{,}36$, $\mathcal{R} = 0{,}51$.

La courbe n° 4 est relative à des lames d'étalon en verre semargenté : $T = 0{,}15$, $\mathcal{R} = 0{,}70$.

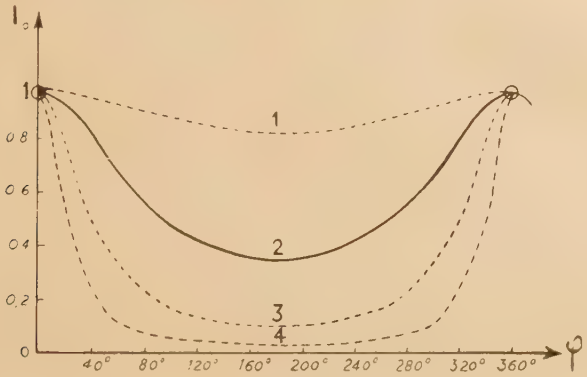


Fig. 25.

La figure 26 donne des anneaux à l'infini obtenus avec un étalon à lames chromées d'épaisseur voisine de 68,5 mμ ($\lambda = 5\,461$ Å,

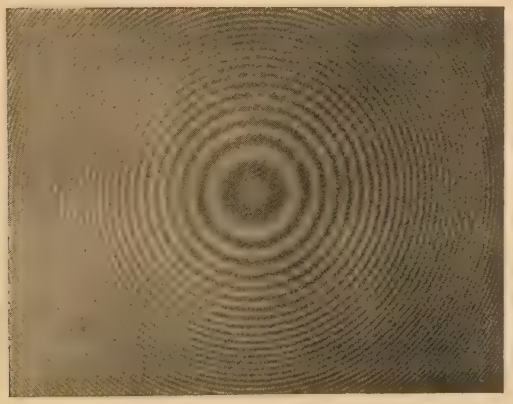


Fig. 26.

$\mathcal{R} = 0{,}21$, $T = 0{,}75$). Ces anneaux se pointent très facilement au comparateur.

Pour montrer l'intérêt que présentent les lames « chromées » dans le cas où l'on étudie des sources de lumière à très faible brillance j'ai

porté dans le tableau suivant le rapport $\frac{I_m}{I_M}$ de l'intensité minimum des anneaux à l'intensité maximum, rapport qui donne une idée du contraste, donc une idée de la facilité du pointé et le rapport $\frac{I_M}{I_0}$ de l'intensité maximum à l'intensité incidente (1) qui caractérise en quelque sorte la transparence de l'étalon interférentiel.

Epaisseurs d'argent en mμ	λ = 4 358 Å				λ = 5 780 Å				Epaisseurs de « chrome » en mμ
	Argent		Chrome		Argent		Chrome		
	$\frac{I_m}{I_M}$	$\frac{I_M}{I_0}$ (2)	$\frac{I_m}{I_M}$	$\frac{I_M}{I_0}$ (2)	$\frac{I_m}{I_M}$	$\frac{I_M}{I_0}$ (2)	$\frac{I_m}{I_M}$	$\frac{I_M}{I_0}$ (2)	
12	0,27	0,50	0,69	0,87	0,12	0,15	0,77	0,96	22
17,5	0,17	0,50	0,55	0,89	0,06	0,24	0,69	0,94	32
22	0,10	0,59	0,46	0,83	0,03	0,39	0,45	0,95	40,3
29,4	0,04	0,57	0,39	0,82	0,01	0,48	0,44	0,92	53,8
45,6	0,05	0,25	0,67	0,81	0,001	0,06	0,48	0,90	83,5

(2) Les valeurs de $\frac{I_M}{I_0}$, données dans ce tableau, sont calculées sans tenir compte des pertes de lumière sur les faces non métallisées des lames de l'étalon.

On remarque que les très fortes valeurs de $\frac{I_M}{I_0}$ pour des lames de chrome ont une cinquantaine de mμ : 0,92 contre 0,48 pour l'argent (pour λ = 5 780 Å) et 0,82 contre 0,57 pour λ = 4 358 Å, tandis que le rapport $\frac{I_m}{I_M}$ conserve une valeur suffisante pour assurer un bon contraste.

Chaque fois que l'on a à séparer un faisceau lumineux en deux parties comme dans les microscopes binoculaires, les télémètres d'appareils photographiques, etc., il est intéressant d'effectuer cette opération au moyen d'une lame semi-transparente ayant un facteur d'absorption négligeable (13). Lorsqu'on emploie des lames semi-argentées, l'égalité des facteurs de réflexion et de transmission est obtenue pour la valeur 0,3 au voisinage de λ = 0,6 μ ; le facteur d'absorption est alors important. Pour un facteur de réflexion légèrement plus faible le « chrome » cathodique a un facteur de transmis-

(1) En faisant abstraction des réflexions sur le support transparent.

sion 2,5 fois plus grand que les lames semi-argentées ; mais les faisceaux réfléchis et transmis sont d'intensités inégales. Toutefois il est intéressant de remarquer que ces lames de « chrome » sont sensiblement neutres dans le spectre visible, tandis que les lames semi-argentées ont, pour une épaisseur donnée, des facteurs de transmission variables avec la longueur d'onde.

En chauffant à l'air des lames de chrome préparées par vaporisation thermique on obtient des dépôts plus ou moins oxydés ; ce qui a pour effet de diminuer le facteur de réflexion mais d'augmenter le facteur de transmission. En réglant l'oxydation on peut rapprocher l'un de l'autre ces deux facteurs et leur donner des valeurs voisines de 0,4.

J'ai montré au chapitre V qu'en s'adressant à un corps transparent ayant un indice de réfraction voisin de 2,8, pour une épaisseur de $\frac{\lambda_m}{4}$, on obtient exactement $\mathcal{R} = T = 0{,}5$. Si l'on arrive à déposer un métal dont l'oxyde soit neutre, peu absorbant et possède un indice de réfraction voisin de 2,8, on aura résolu au mieux le problème de la division d'un faisceau lumineux en deux parties égales.

§ 6. **Discussion des résultats expérimentaux.** — J'ai déterminé la valeur de l'indice de réfraction et la densité du « chrome » cathodique, au voisinage du maximum de la courbe donnant la variation du facteur de réflexion $\mathcal{R}$, en supposant une absorption nulle ; or ceci n'est qu'une première approximation.

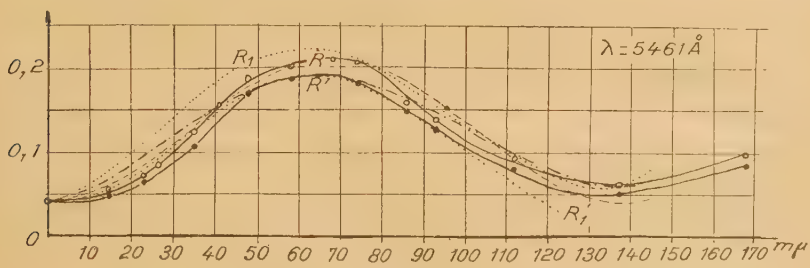


Fig. 27.

Considérons en effet ce qui se passe (fig. 27) pour la longueur d'onde 5641 Å pour laquelle l'absorption est minimum, puisque les lames sont gris vert par transmission.

On constate d'abord que si au voisinage du maximum de $\mathcal{R}$, la courbe théorique tracée (en pointillé) à partir de $\nu = 2$ $\varkappa = 0$ coïncide comme il convient avec la courbe expérimentale $\mathcal{R}$, il n'en est plus de même autour du premier minimum.

De plus, les courbes expérimentales $\mathcal{R}$ est $\mathcal{R}'$ ne coïncidant pas, il s'en suit que l'indice d'extinction $\varkappa$ n'a pas une valeur complètement

négligeable. Il en résulte, d'après la théorie, que l'indice de réfraction est certainement supérieur à 2 ; la courbe en traits mixtes tracée pour $\nu = 2$ et $\varkappa = 0{,}1$ ne coïncide pas avec la courbe expérimentale, au voisinage du maximum.

Si pour cette valeur $\varkappa = 0{,}1$ nous admettons pour ν la valeur 2,1 on obtient les deux courbes de facteurs de réflexion $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}'_1$ (points juxtaposés).

Alors que les maxima de $\mathcal{R}'$ et $\mathcal{R}'_1$ coïncident il n'en est pas tout à fait de même pour $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}_1$. La différence va en s'accentuant lorsque ν augmente. En conclusion, l'indice de réfraction des couches de « chrome » pour $\lambda = 5461$ Å est un peu inférieur à 2,1 et l'indice d'extinction est peu différent de 0,1, au voisinage du maximum des facteurs de réflexion.

Il faut aussi conclure (chapitre V) que ce maximum se produit pour une épaisseur légèrement inférieure à $\frac{\lambda_m}{4}$.

Pour cette double raison cette épaisseur de « chrome » a nécessairement une densité supérieure à 3,7. Admettons, comme je l'ai déjà fait, que les dépôts obtenus soient constitués par l'oxyde de chrome Cr^2O^3. La densité à l'état massif de cet oxyde est $\rho = 5{,}2$, son indice de réfraction pour $\lambda = 5\,641$ Å est $\nu = 2{,}6$. Il est probable que la densité de l'oxyde en lames minces est inférieure à 5,2 parce que la maille cristalline est plus grande que celle de l'oxyde massif. La relation de Lorentz-Lorenz est donc applicable à cette variation d'état physique. En utilisant une première fois cette relation pour l'oxyde massif nous aurons :

$$\frac{\nu^2 - 1}{\nu^2 + 2} = C \times \rho \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{2{,}6^2 - 1}{2{,}6^2 + 2} = 5{,}2\ C$$

ce qui donne pour la constante C la valeur : 0,126.

En appliquant une deuxième fois la relation à l'oxyde en lames minces et en prenant 2,1 pour son indice de réfraction on obtient sa densité :

$$\rho = \frac{2{,}1^2 - 1}{(2{,}1^2 + 2) \times 0{,}126} = 4{,}2.$$

Notons enfin que les courbes des facteurs de transmission (fig. 23) nous montrent que l'augmentation de l'absorption avec l'épaisseur des lames devient notable pour les faibles longueurs d'onde.

CHAPITRE VII

Détermination des variations de phase.

I. — Variations de phase a la réflexion dans l'air sur la couche

§ 1. Résultats expérimentaux. — Les couches de « chrome » sont déposées par projection cathodique sur l'une des lames d'un étalon de Perot-Fabry. On obtient une série de bandes parallèles d'épaisseurs croissantes et l'on dénude la lame sur une zone rectiligne de 1 mm. de large, perpendiculairement aux bandes. On encadre ainsi la réflexion air-verre de deux réflexions air-métal, en utilisant le montage décrit au chapitre IV, et l'on fait la moyenne des résultats fournis par ces deux dernières réflexions.

La variation du diamètre des anneaux, donnés par l'étalon interférométrique quand on passe de la réflexion air-verre à la réflexion air-métal, permet de calculer la variation de phase apparente.

Les résultats, pour cinq radiations de l'arc au mercure, sont rassemblés dans le tableau suivant :

Variations de phase apparente air-métal.

Masse par cm²	$\lambda = 3660$ Å	$\lambda = 4048$ Å	$\lambda = 4358$ Å	$\lambda = 5461$ Å	$\lambda = 5780$ Å
2,3 10^{-6} g.	0,067	0,063	0,059	0,043	0,032
4,4 »	0,069	0,088	0,078	0,068	0,058
8,6 »	0,121	0,122	0,113	0,114	0,130
12,8 »	0,134	0,149	0,134	0,145	0,149
21 »	0,192	0,216	0,207	0,189	0,194
25,1 »	0,240	0,231	0,234	0,223	0,207
33,5 »	0,413	0,303	0,278	0,252	0,259

§ 2. Discussion des résultats. — La phase relative s'obtient en retranchant de la phase apparente la correction $2\frac{d}{\lambda}$. Pour cela il faut connaître l'épaisseur d de la couche.

En conservant la valeur 3,7 pour la densité de cette couche on obtient, pour la longueur d'onde 5461 Å, la courbe 1, en traits pleins de la figure 28.

En utilisant les résultats de la figure 22 j'ai tracé en pointillé les courbes relatives aux constantes optiques suivantes :

$\nu = 2 \quad x = 0, \quad \nu = 2 \quad x = 0{,}1, \quad \nu = 2 \quad x = 0{,}2$

et : $\nu = 2 \quad x = 0{,}3.$

La première de ces courbes théoriques devrait coïncider avec la courbe expérimentale pour l'épaisseur $\frac{\lambda m}{4}$ c'est-à-dire pour le point A de variation de phase nulle. Or cette coïncidence est presque réalisée avec la courbe $x = 0{,}3$. Il faudrait alors conclure à une absorption trop importante. En choisissant la valeur 4,2 pour la densité des lames de « chrome » cathodique les variations de phases sont représentées par la courbe expérimentale 2 en traits pleins. Au voisinage de l'épaisseur 60 mμ (1) qui correspond au maximum du facteur de réflexion $\mathcal{R}$ cette courbe expérimentale se rapproche beaucoup de la courbe théorique tracée en traits mixtes à partir des constantes :

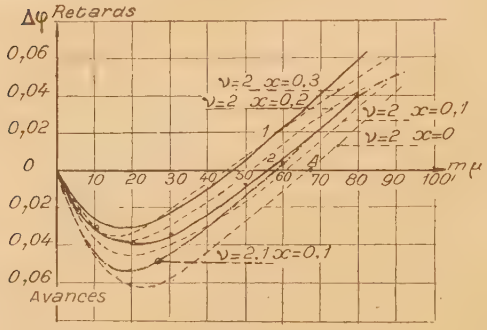


Fig. 28.

$\nu = 2{,}1 \quad$ et $\quad x = 0{,}1.$

Pour des épaisseurs très inférieures à 60 mμ, la coïncidence n'existe plus à cause des variations de la densité et des constantes optiques avec l'épaisseur.

Ces résultats qui justifient pleinement les conclusions de la discussion du chapitre précédent, légitiment la valeur 4,2 attribuée à la densité des lames de « chrome » d'une soixantaine de mμ d'épaisseur.

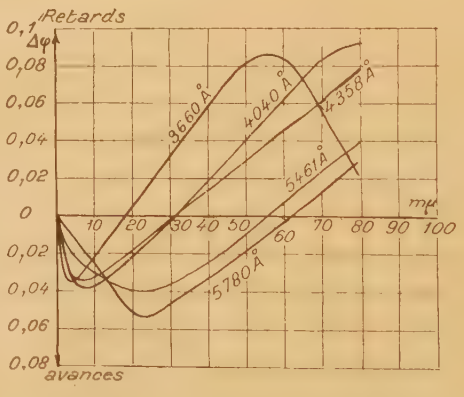


Fig. 29.

(1) Calculée à partir de la densité 4,2.

Les variations de phase relatives calculées à partir de cette densité sont contenues dans le tableau suivant :

Variations de phase relative : air-métal.

Masse de métal par cm²	Epaisseur en mμ (densité 4,2)	λ = 3 660 Å	λ = 4 040 Å	λ = 4 358 Å	λ = 5 461 Å	λ = 5 780 Å
2,3.10⁻⁶ g.	5,6	0,036	0,035	0,033	0,022	0,013
4,4 »	10,5	0,012	0,036	0,030	0,030	0,022
8,6 »	20,4	0,009	0,021	0,019	0,039	0,059
12,8 »	30,3	— 0,031	— 0,001	— 0,005	0,034	0,044
21 »	49,8	— 0,081	— 0,031	— 0,021	0,007	0,022
25,1 »	59,7	— 0,086	— 0,065	— 0,040	— 0,004	0
33,5 »	79,6	— 0,022	— 0,091	— 0,088	— 0,040	— 0,017

Les retards ont le signe — et les avances n'ont pas de signe.

Ce tableau permet de tracer les courbes moyennes de la figure 29. En comparant ces courbes à celles de la figure 22 on remarque l'accroissement de l'absorption lorsque la longueur d'onde diminue.

II. — Variations de phase a la réflexion dans le verre sur la couche (14)

§ 1. **Résultats expérimentaux.** — Les couches de chrome sont maintenant déposées par projection cathodique sur une lame de verre

Variations de phases : verre-métal.

Epaisseur en mμ (densité 4,2)	λ = 3 660 Å	λ = 4 046 Å	λ = 4 358 Å	λ = 5 461 Å	λ = 5 780 Å
4,6	0,12	0,09	0,06	0,05	0,06
5,4	0,12	0,13	0,11	0,09	0,08
11,8	0,23	0,19	0,19	0,12	0,16
18	0,35	0,26	0,28	0,22	0,21
34,1	0,51	0,34	0,35	0,26	0,21
31,4	0,54	0,47	0,47	0,39	0,37
39,9	0,50	0,45	0,42	0,36	0,34
45,5	0,66	0,57	0,56	0,45	0,41
47,9	0,64	0,48	0,46	0,39	0,38
53,5	0,57	0,54	0,52	0,42	0,36
55,9	0,69	0,60	0,55	0,47	0,45
67	0,67	0,61	0,56	0,50	0,45
77,4	0,73	0,65	0,61	0,51	0,45

à faces planes et parallèles de 3 mm. d'épaisseur. On dénude encore la lame sur une zone étroite et rectiligne perpendiculaire aux bandes métalliques. La variation de phase quand on passe de la réflexion

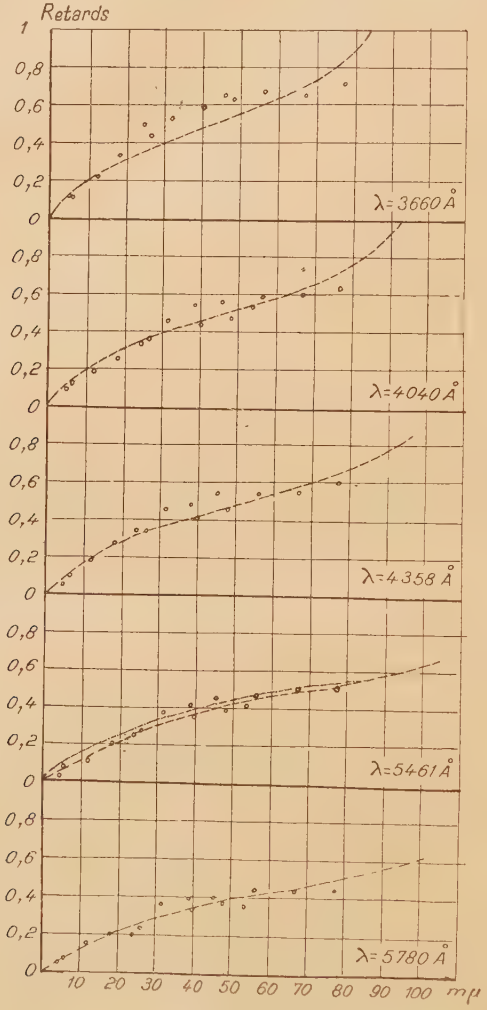


Fig. 3o.

verre-air à la réflexion verre-métal a été déterminée pour cinq radiations de l'arc au mercure. Ces résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessus où les épaisseurs ont été calculées à partir de la densité 4,2 admise précédemment.

§ 2. **Discussion.** — Les variations de phases obtenues sont des *retards* qui croissent d'une manière générale avec l'épaisseur en présentant des fluctuations.

Les points expérimentaux, relatifs aux longueurs d'ondes étudiées, sont portés sur la figure 30. Les courbes en pointillé de cette même figure donnent les variations de phase calculées à partir de $x = 0$ et des valeurs de v déterminées au chapitre VI (§ 2), pour les radiations étudiées. J'ai également tracé en traits mixtes, sur la figure correspondant à $\lambda = 5461$ Å, la courbe : $v = 2$, $x = 0{,}1$.

Ces courbes théoriques servent de repérage et permettent de constater (chap. V (§ 5)) que l'absorption devient notable pour les faibles longueurs d'onde. Pour $\lambda = 5461$ Å, au voisinage de 60 mμ, les points expérimentaux s'écartent peu des courbes théoriques ce qui justifie une fois de plus les valeurs admises pour les constantes optiques et pour la densité de ces épaisseurs de « chrome ».

LAMES OBTENUES PAR VAPORISATION THERMIQUE

CHAPITRE VIII

I. — Détermination des facteurs de réflexion et de transmission.

§ 1. **Résultats expérimentaux.** — Les lames de chrome préparées par vaporisation thermique sont immédiatement étudiées après la fin de chaque projection.

Les résultats obtenus pour quatre radiations de l'arc au mercure sont les suivants (15) :

Epaisseurs en mμ	$\lambda = 3660$ Å			$\lambda = 4358$ Å			$\lambda = 5461$ Å			$\lambda = 5780$ Å		
	$\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$	T	$\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$	T	$\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$	T	$\mathcal{R}$	$\mathcal{R}'$	T
0	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958	0,042	0,042	0,958
3,5	0,062	0,026	0,810	0,056	0,026	0,840	0,052	0,032	0,885	0,049	0,032	0,895
4	0,070	0,018	0,756	0,064	0,027	0,802	0,059	0,030	0,852	0,056	0,028	0,886
6	0,132	0,012	0,585	0,125	0,012	0,620	0,121	0,016	0,668	0,099	0,015	0,706
9	0,286	0,101	0,303	0,290	0,106	0,330	0,305	0,107	0,402	0,262	0,102	0,408
15	0,333	0,195	0,119	0,364	0,222	0,145	0,388	0,242	0,188	0,380	0,238	0,195
21	0,378	0,206	0,095	0,413	0,241	0,101	0,445	0,293	0,131	0,437	0,269	0,142
35	0,454	0,227	0,048	0,497	0,260	0,056	0,517	0,391	0,075	0,510	0,309	0,081
55,6	0,460	0,230	0,013	0,483	0,258	0,013	0,520	0,317	0,033	0,514	0,305	0,028
67	0,459	0,238	0,012	0,510	0,270	0,013	0,527	0,324	0,036	0,523	0,316	0,032
90	0,414	0,208	0	0,468	0,234	0	0,472	0,262	0	0,467	0,264	0
143	0,432	0,212	0	0,467	0,241	0	0,482	0,258	0	0,474	0,258	0

En partant de ces résultats j'ai tracé pour chaque longueur d'onde étudiée les facteurs de réflexion $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ et le facteur de transmission T des lames de chrome en fonction de l'épaisseur (fig. 31).

On retrouve pour toutes les longueurs d'onde utilisées, le minimum du facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ dans le verre sur le métal pour une épaisseur de ce dernier peu variable avec la longueur d'onde. Ce

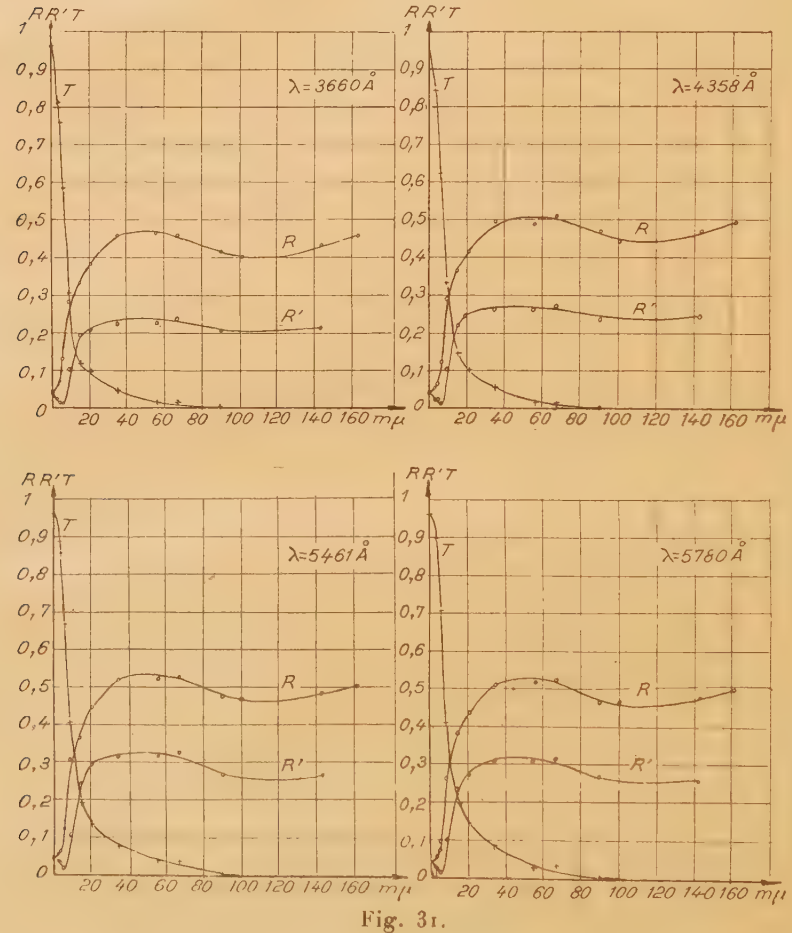


Fig. 31.

minimum, qui n'est pas aussi faible que pour l'or, l'argent ou le platine, ne donne lieu, contrairement à ce qui se produit pour ces trois métaux, à aucun phénomène de coloration ; par réflexion dans le verre sur le métal la lame paraît noire en lumière blanche. Lors-

que l'épaisseur augmente, le facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ passe par un maximum puis par un nouveau minimum. Le facteur de réflexion $\mathcal{R}$, dans l'air sur le métal, présente lui aussi un maximum suivi d'un minimum.

Ces résultats sont très différents de ceux obtenus pour le « chrome » préparé par projection cathodique, en particulier l'indice d'extinction est ici nettement différent de zéro, ce qui donne aux lames un aspect métallique.

§ 2. **Comparaison de ces résultats avec ceux obtenus par quelques expérimentateurs.** — John Strong (16) a projeté par vaporisation thermique des lames minces de chrome, dont il ne donne pas l'épaisseur, dans un vide de 10^{-5} mm. de mercure.

La courbe en pointillé (1) de la figure 32 traduit les résultats obtenus par cet auteur, pour les facteurs de réflexion en fonction de la longueur d'onde. Les courbes en traits pleins (2) et (1) que j'ai tracées sur la même figure sont déduites de mes résultats expérimentaux pour des épaisseurs respectives de métal de 21 mμ et de 35 mμ. Mes résultats coïncident approximativement avec ceux de Strong pour l'épaisseur de 21 mμ mais pour 35 mμ les facteurs de réflexion que j'ai obtenus sont nettement plus élevés.

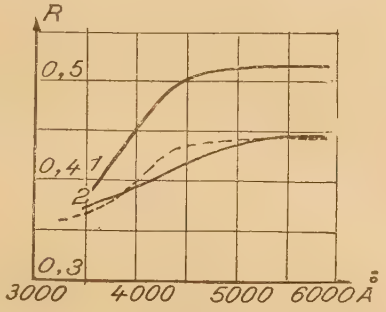


Fig. 32.

Williams et G. B. Sabine (17) qui ont projeté des films de chrome à partir d'un filament de tungstène chromé et évaporé très rapidement dans le vide, obtiennent les facteurs de réflexion air-métal suivants : 62 o/o à 2 900 Å, 68 o/o à 3 450 Å et 60 o/o à 4 200 Å. Ils ne donnent aucun résultat dans le spectre visible. Ces auteurs signalent qu'il y a une épaisseur optimum au delà de laquelle les facteurs de réflexion des lames de chrome ne croissent plus avec l'épaisseur. A partir d'une telle épaisseur le film tend, disent-ils, à s'écailler.

J'ai effectivement obtenu du chrome écaillé en faisant sublimer le chrome de façon quasi explosive, mais en ralentissant la vaporisation j'ai pu éviter cet inconvénient et obtenir aussi un maximum pour les facteurs de réflexion. Williams et Sabine prétendent par ailleurs que le film de densité optimum n'est pas complètement opaque mais transmet environ 25 o/o des rayons incidents pour un facteur de réflexion de l'ordre de 65 o/o. Etant donné la grosse absorption de ces lames de chrome la valeur de 25 o/o me paraît erronée, il s'agit fort probablement de 25/1 000 ce qui concorde approximativement avec mes résultats expérimentaux pour la longueur d'onde 4 358 Å.

§ 3. **Comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats théoriques.** — En supposant que les constantes optiques des lames minces de chrome aient les valeurs $\nu = 3$; $\varkappa = 4{,}6$ attribuées au métal massif, on obtient, pour les facteurs de réflexion $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ et pour $\lambda = 5\,780$ Å, les courbes théoriques tracées en pointillé sur la figure 33. J'ai tracé en traits pleins sur la même figure, les courbes expérimentales correspondantes.

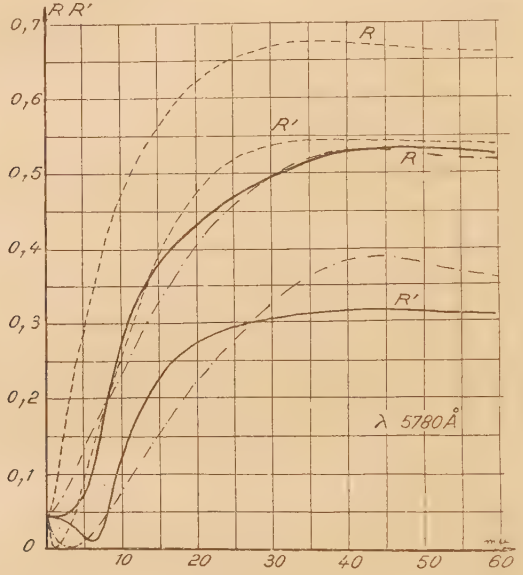


Fig. 33.

Les valeurs expérimentales sont toujours inférieures aux valeurs théoriques, les constantes optiques des lames de chrome préparées par vaporisation thermique ne sont donc pas celles du chrome massif.

Nous avons vu au chapitre V que le premier maximum des facteurs de réflexion se produit pour une épaisseur inférieure à $\frac{\lambda_m}{4} = \frac{\lambda}{4\nu}$; or pour la longueur d'onde 5 780 Å le premier maximum se produit aux environs de 50 mμ. Donc pour la même épaisseur et pour la même longueur d'onde l'indice de réfraction ν sera inférieur à $\frac{578}{4 \times 50}$ c'est-à-dire à 2,9.

Si au voisinage de ce maximum on essaie de faire coïncider au mieux, pour la réflexion air-métal, une courbe théorique avec la courbe expérimentale on doit donner aux constantes optiques les

valeurs $v = 2{,}8$ et $x = 2{,}7$ pour $\lambda = 5\,780$ Å. Mais on se heurte à une difficulté : les courbes expérimentales et théoriques ne coïncident plus pour la réflexion verre-métal. Il est alors probable que la structure des lames du côté verre et du côté air est différente (fig. 33). Le fait que le premier maximum est suivi d'un minimum très prononcé semble indiquer aussi que pour l'épaisseur correspondante, la valeur de $K = \frac{x}{v}$ est faible et en particulier inférieure à 1. C'est pour ces fortes épaisseurs que la durée de la vaporisation est la plus grande ; il s'ensuit un échauffement prolongé des lames de chrome et peut être une altération superficielle du côté air.

Pour calculer les constantes optiques relatives aux épaisseurs plus faibles il faut avoir recours à la méthode graphique que j'ai rappelée au chapitre V.

Pour la longueur d'onde 5 780 Å et pour l'épaisseur $d = 11{,}6$ mμ on obtient deux valeurs possibles pour l'indice de réfraction soit $n = 4 + 1{,}7\,j$, soit $n = 1{,}5 + 3{,}5\,j$.

L'étude des variations de phase du côté verre nous montrera que seule la première solution qui conduit à des retards de phase est à retenir. Pour l'épaisseur $d = 5{,}8$ mμ et $\lambda = 5\,780$ Å on obtient :

$$\text{soit } n = 2{,}4 + 1{,}1\,j \qquad \text{soit } n = 1{,}3 + 2{,}2\,j.$$

Ces constantes sont faibles par rapport à celles du métal massif ; c'est bien ce que l'on constate lorsqu'on essaie de juxtaposer la courbe expérimentale avec une courbe théorique pour des épaisseurs inférieures à 6 mμ. Ceci laisse supposer que les couches très minces de chrome thermique sont altérées dans toute leur masse.

§ 4. **Nature des dépôts obtenus par vaporisation thermique.** — Lorsqu'on effectue la vaporisation dans un vide insuffisant on obtient un dépôt gris vert qui est de l'oxyde de chrome Cr^2O^3 et donne les mêmes couleurs d'interférence que les lames préparées par projection cathodique.

Quand le vide s'améliore on obtient une poudre noire qui s'enflamme parfois spontanément par entrée brusque d'air dans l'enceinte à projection, ou qui projetée dans la flamme d'un Bunsen donne de brillantes étincelles à la façon de la poudre d'aluminium. Ce corps est vraisemblablement de l'oxyde de chrome, peut-être CrO

Les lames obtenues dans un vide plus poussé, voisin du vide cathodique, sont très brunes par transparence et présentent des colorations à partir d'une épaisseur de l'ordre de 50 mμ. Les lames très minces obtenues dans ce vide sont beaucoup plus transparentes que celles projetées dans un vide supérieur à 10^{-4} mm. de mercure ; elles doivent être constituées en grande partie par un oxyde de chrome.

La haute température à laquelle on est obligé de porter les filaments chromés pour que la vaporisation s'effectue convenablement exige donc un vide beaucoup plus poussé que dans la projection de métaux plus fusibles tels que l'aluminium.

Les dépôts de chrome obtenus dans un vide supérieur à 10^{-4} mm. de mercure, quoique d'apparence très métalliques, ne semblent pas complètement dénués d'altérations. Faut-il en voir l'origine dans l'action des gaz résiduels ou dans l'influence des impuretés du chrome électrolytique constituant le filament? La première de ces hypothèses ne paraît pas devoir être retenue étant donné que, sous des conditions normales d'évaporation, le libre parcours moyen des atomes métalliques est beaucoup plus grand que la distance du filament au support à métalliser.

Beeching (18), qui a étudié la diffraction électronique des films de chrome déposés par voie thermique sur verre, a montré que les plus minces de ces films contenaient de l'oxyde de chrome. Cet auteur pense que les films épais, apparemment constitués de métal pur, sont recouverts d'une mince pellicule superficielle d'oxyde. Il attribue la présence d'un film d'oxyde à la libération de l'oxygène occlus dans le support sous l'effet du bombardement atomique.

§ 5. **Remarque sur les facteurs de transmission des lames thermiques.** — Dans le domaine des longueurs d'ondes étudiées, le facteur de transmission des lames très minces de chrome varie peu avec la longueur d'onde. La figure 34, qui reproduit ce résultat, a été tracée en portant les longueurs d'ondes en abscisse et les facteurs de transmission en ordonnées. Chaque courbe est relative à une épaisseur de chrome déterminée. Les lames minces de platine ont également des acteurs de transmission peu variables avec la longueur d'onde. Les courbes obtenues ont en moyenne des pentes inverses de celles de la figure 34 dans le même domaine de longueur d'ondes. On pourrait utiliser cette propriété de compensation pour la préparation d'écrans photométriques neutres, au même titre que les couches mixtes d'argent et de platine préparées par Artigas.

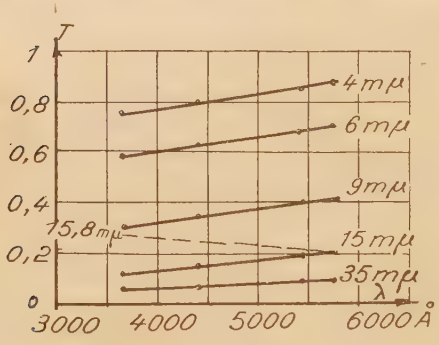


Fig. 34.

Ces écrans platine-chrome présenteraient sur les précédents l'avantage de l'inaltérabilité. La courbe en pointillé de la figure 34 est relative aux facteurs de transmission du platine pour l'épaisseur 15,8 mμ.

CHAPITRE IX

II. — Détermination des variations de phase dans le milieu transparent sur le métal.

§ 1. **Résultats expérimentaux.** — Le chrome a été déposé sur une lame de quartz à faces planes et parallèles ; j'ai étudié la variation du diamètre des anneaux à l'infini donnés par cette lame lorsqu'on passe de la partie métallisée à la partie non métallisée. J'en ai déduit la variation de phase pour quatre radiations de l'arc au mercure (19).

Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant qui contient également le calcul des variations de phases à partir des constantes $n = 3{,}56$, $\varkappa = 4{,}6$ du métal massif pour $\lambda = 5780$ Å.

Valeurs expérimentales					Valeurs théoriques	
Epaisseur en mμ	$\lambda = 4046$ Å	$\lambda = 4358$ Å	$\lambda = 5461$ Å	$\lambda = 5780$ Å	Epaisseur en mμ	$\lambda = 5780$ Å
0	0	0	0	0	0	0
3,5	— 0,06	— 0,07	— 0,05	— 0,04	1	0,099
7	— 0,20	— 0,20	— 0,19	— 0,17	2	0,332
9	— 0,37	— 0,35	— 0,30	— 0,30	5	0,439
13,4	— 0,48	— 0,45	— 0,44	— 0,41	10	0,451
15	— 0,50	— 0,50	— 0,47	— 0,44	15	0,450
17	0,48	0,48	— 0,50	— 0,50	19,8	0,447
18	0,50	0,51	— 0,44	— 0,45	25	0,443
21	0,46	0,47	0,51	0,51	39,6	0,434
23	0,43	0,47	0,49	0,50	∞	0,432
24,6	0,42	0,45	0,47	0,47		
35,1	0,38	0,39	0,39	0,42		
51,2	0,39	0,40	0,40	0,39		
59	0,41	0,40	0,38	0,41		

Les retards sont indiqués par le signe —, les avances n'ont pas de signe.

Les courbes traduisant ces résultats sont données par les courbes en traits pleins de la figure 35 sur laquelle on a tracé la courbe 4 théorique pour $\lambda = 5780$ Å.

§ 2. **Discussion.** — Alors que la variation de phase calculée est toujours une avance, la variation de phase expérimentale débute nettement par un retard. Cette variation étant une avance pour le chrome massif il faut admettre qu'il se produit quelque part un saut brusque

de phase de 2π. Nous considérerons dans la suite de cette discussion la courbe 1 tracée pour $\lambda = 5780$ Å.

Nous avons vu au chapitre VIII que pour les épaisseurs étudiées les constantes optiques du chrome thermique ne sont pas celles du métal massif; dans ces conditions on peut se demander s'il ne serait pas plus exact de supposer que les variations de phase sont constamment des retards qui croissent avec l'épaisseur (courbe 1 *b*).

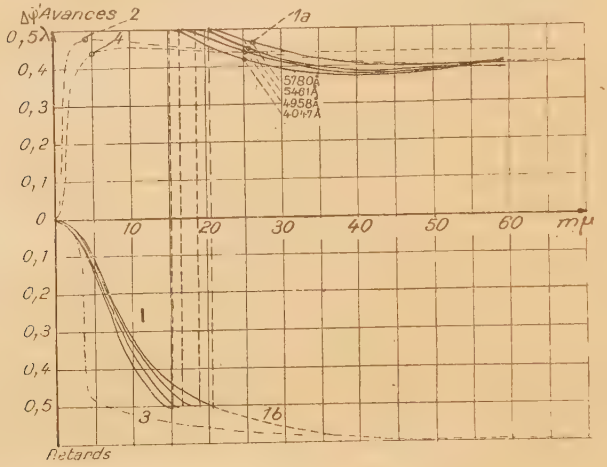


Fig. 35.

Aux environs de 50 mμ il faudrait alors admettre des retards de l'ordre de 0,6 λ. Si à cette épaisseur qui correspond au maximum des facteurs de réflexion on attribue à la couche le système le constante suivant : $\nu = 2{,}8$, $\varkappa = 2{,}7$ on obtient la courbe 2, fig. 35, qui se raccorde parfaitement avec la courbe 1 *a* à partir de 35 mμ. Si on donne aux constantes optiques les valeurs $\nu = 3$, $\varkappa = 2{,}5$ légèrement différentes des précédentes, on peut tracer la courbe 3 qui coïncide avec la courbe 1 *b* à partir de 35 mμ.

Il est à peu près certain qu'il faille attribuer à la couche de chrome d'une cinquantaine de mμ des constantes optiques telles que $K = \frac{\varkappa}{\nu}$ soit légèrement inférieure à l'unité. Dans ces conditions les considérations ci-dessus jointes aux exemples développés au chapitre V nous montrent qu'une faible variation de l'un ou l'autre des facteurs ν et $\varkappa$ peut entraîner un changement brusque dans les variations de phase et conduire soit vers des retards de 0,6 λ soit vers des avances de 0,4 λ.

§ 3. **Variation des constantes optiques avec l'épaisseur.** — L'étude des facteurs de réflexion sur une couche de 11,6 mμ d'épaisseur m'a donné deux couples de valeurs pour les constantes optiques soit :

$$\begin{cases} n = 1{,}5 \\ \varkappa = 3{,}5 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} n = 4 \\ \varkappa = 1{,}7 \end{cases}$$

Le premier couple de valeur conduit à des avances de phase quelle que soit l'épaisseur et ne s'accorde pas avec les résultats expérimentaux ; le second couple permet de tracer une courbe de variations de phase (fig. 36, courbe 2) qui se confond avec la courbe expérimentale entre 11 et 14 mμ (fig. 36, courbe 1).

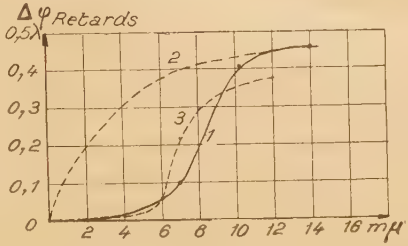


Fig. 36.

Pour l'épaisseur 5,8 mμ j'ai obtenu les constantes suivantes :

soit $n = 1{,}1$ $\varkappa = 2{,}2$ soit $n = 2{,}4$ $\varkappa = 1{,}3$

La première solution conduit à des avances et doit être rejetée tandis que la seconde aboutit bien à des retards.

En résumé on peut admettre pour les couches de chrome thermique et la longueur d'onde 5 780 Å le système de constantes suivant :

pour 5,8 mμ $\quad n = 2{,}4 + 1{,}3\,j$
pour 11,6 mμ $\quad n = 4 \quad + 1{,}7\,j$
au voisinage de 50 mμ $\quad n = 2{,}8 + 2{,}7\,j$

L'état d'oxydation que révèle l'analyse électronique des couches de chrome très minces légitime bien les valeurs obtenues pour les constantes optiques des lames de 5,8 mμ d'épaisseur.

RÉSUMÉ

Le but expérimental de ce travail a été de déterminer, pour l'incidence normale, les facteurs de réflexions et de transmission donnés par des lames très minces de chrome, et les variations de phase que subit une onde lumineuse lorsque la réflexion s'effectue dans l'air sur le métal, puis dans le support transparent sur le métal. Je me suis enfin proposé d'interpréter les résultats expérimentaux, par la théorie classique des métaux.

Les lames de chrome ont été préparées soit par projection cathodique soit par vaporisation thermique. Le repérage des épaisseurs a été effectué par pesées à la microbalance.

Les couches ayant été déposées sur des supports en verre très légèrement prismatiques, j'ai déterminé leur facteur de réflexion à l'aide d'un montage utilisant une cellule photoélectrique.

Pour la détermination des variations de phase j'ai déposé les couches de chrome, soit sur une des lames d'un étalon Perot-Fabry soit sur un support en verre ou en quartz à faces planes et parallèles et j'ai utilisé un montage basé sur l'étude spectroscopique d'anneaux à l'infini.

Les couches préparées par projection cathodique à partir d'une cathode de chrome sont très transparentes et très adhérentes au support. L'étude, en fonction de l'épaisseur, des facteurs de réflexion et de transmission de ces lames a mis en évidence l'existence de maxima et minima très nets dus à des phénomènes d'interférence. J'ai montré que ces dépôts, vraisemblablement constitués par de l'oxyde de chrome Cr^2O^3, ont, pour une soixantaine de mμ d'épaisseur, un indice de réfraction voisin de 2,1, un indice d'extinction voisin de 0,1 et une densité de 4,2. Ceci permet de transformer le repérage des épaisseurs en véritable mesure au voisinage de cette épaisseur.

Par un choix convenable de l'épaisseur j'ai pu obtenir pour ces lames transparentes un facteur de réflexion, côté air, voisin de 25 o o.

Ces propriétés intéressantes sont susceptibles d'un certain nombre d'applications ; en particulier elles peuvent être utilisées à chaque fois que l'on veut augmenter le facteur de réflexion d'un corps transparent sans augmenter son absorption. On peut par exemple employer de telles couches pour recouvrir des lames d'étalon de Perot-Fabry destinées à l'étude spectroscopique des lumières de faible intensité.

Les variations de phase, air-métal et verre-métal de ces couches de « chrome » sont bien celles que l'on déduit de l'étude d'un corps très peu absorbant.

Afin d'obtenir des lames de chrome pur j'ai été amené à opérer par vaporisation thermique.

Les couches ainsi obtenues ont un caractère nettement métallique et sont très adhérentes au support. Cette adhérence est toutefois inférieure à celle des lames préparées par projection cathodique.

On retrouve pour le « chrome thermique » le minimum du facteur de réflexion côté verre ; ce minimum, qui ne dépasse pas la valeur de 1 o/o, est situé au voisinage d'une même épaisseur pour l'ensemble des radiations employées. Il ne donne lieu à aucun phénomène de coloration comme c'est le cas pour l'or, l'argent et le platine. Par réflexion du côté verre la lame paraît noire en lumière blanche.

La courbe donnant les facteurs de réflexion, côté air en fonction de l'épaisseur, de ces lames de chrome passe aussi par un maximum qui

dépasse légèrement 50 o/o dans le spectre visible ; les facteurs de transmission de ces lames varient peu avec la longueur d'onde et en sens inverse de ceux des lames de platine.

Cette propriété peut être utilisée pour la préparation d'écrans photométriques neutres.

Les changements de phase des lames thermiques débutent nettement par un retard pour les faibles épaisseurs alors que la variation de phase calculée à partir des constantes optiques du métal massif est une avance. L'étude des facteurs de réflexion et des variations de phase m'a permis d'établir, pour quelques épaisseurs, que les constantes optiques des lames minces de chrome ne sont pas celles du métal massif. Les plus minces parmi ces lames sont partiellement oxydées et les plus épaisses ne sont peut-être pas complètement dénuées d'impuretés.

J'ai interprété les résultats obtenus en partant de la théorie classique des métaux, ce qui m'a conduit à étudier la réflexion normale d'une onde lumineuse sur une lame mince plus ou moins absorbante et déposée sur un support transparent. En tenant compte des réflexions multiples dans la lame j'ai obtenu des relations permettant un calcul facile des facteurs de réflexion et des variations de phase, en fonction des constantes optiques du support et de la lame et de l'épaisseur de cette dernière.

J'ai trouvé une construction graphique qui permet un tracé rapide et précis des courbes donnant les facteurs de réflexion en fonction de l'épaisseur de la lame mince. Par un procédé qui simplifie notablement les calculs, il est facile de prévoir l'allure des courbes sans en calculer tous les points. Ceci m'a permis d'aborder l'étude des variations des facteurs de réflexion et des changements de phase en fonction des constantes optiques de la lame et de son support, et d'interpréter un certain nombre de résultats curieux obtenus au cours de ces dernières années.

BIBLIOGRAPHIE

1. P. Rouard. — *Annales de Physique*, **7** (1937), 291.
2. Fabry et Buisson. — *Journ. de Physique*, **7** (1908), 424.
3. Goos. — *Zeits. f. Phys.*, **100** (1936), 95.
4. Vincent. — *Annales de Chimie et de Physique*, **19** (1900), 421.
5. H. Murmann. — *Zeits. f. Phys.*, **80** (1933), 161.
6. P. Rouard. — *Rev. d'optique*, **17** (1938), 16.
7. P. Rouard. — *Annales de Physique*, **7** (1937), 330.
8. M. Perrot. — *Comptes rendus Ac. des Sc.*, **213** (1941), 238.
9. Hulburt. — *Astrophys. Journ.*, **42** (1915), 205.
10. Nathanson et Bartberger. — *J. O. S. A.* (1939), 422.

11. Cau. — *Annales de Physique*, **11** (1929), 354.
12. P. Rouard et M. Perrot. — *Cahiers de Physique*, **13** (1943), 31.
13. Ch. Fabry. — Les Miroirs. *Annuaire du bureau des longitudes* (1943), 26.
14. M. Perrot. — *Comptes rendus Ac. des Sc* , **215** (1942), 175.
15. M. Perrot. — *Comptes rendus Ac. des Sc.*, **216** (1943), 38.
16. J. Strong. — *Astrophys. Journ.*, **83** (1936), 401.
17. Williams et G. B. Sabine — *Astrophys. Journ.*, **77** (1933), 316.
18. R. Beeching. — *Philos. Mag.*, **22** (1936), 938.
19. M. Perrot. — *Comptes rendus Ac. des Sc.*, **216** (1943), 150.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Application de la diffraction électronique à l'étude de diverses structures.

VU ET APPROUVÉ :
Marseille, le 7 Mai 1943.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
GEORGES CORROY.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :
Aix, le 10 Mai 1943.
Le Recteur de l'Académie de Marseille,
PIERRE MARTINO.

BARNÉOUD FRÈRES ET C^ie^, IMPRIMEURS A LAVAL (31.0566). N° 83. 1943.